

**Ein mikroskopisches Modell
der Nukleonenstreuung an Atomkernen
auf der Grundlage der Methode
der Greenschen Funktionen**

Hans-Joachim Winter

1975



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551910_0068

Ein mikroskopisches Modell der Nukleonenstreuung an Atomkernen
auf der Grundlage der Methode der Greenschen Funktionen

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Hans-Joachim Winter

München

Februar 1975

1. Berichterstatter: Prof. Dr. M. Weigel
2. Berichterstatter: Prof. Dr. H. J. Meister

Tag der mündlichen Prüfung: 30. April 1975



Zusammenfassung/Abstract

The topic of this work is the investigation of inelastic nucleon scattering on atomic nuclei by the Green's function method. In order to treat such a scattering process one has to study the motion of a few nucleons or nucleon holes on the background of the remaining particles, since such structures may occur as intermediate states or in the final state of the target nucleus. As one cannot use the free interaction in the presence of the core-particles, the full many-body problem is taken into account by well-defined effective interactions.

The problem has been attacked by starting with the Lehmann-Symanzik-Zimmermann (LSZ)-theorem, and the S-matrix elements are obtained from so-called reducible vertex parts of appropriate Green's functions. The Green's functions as well as few-particle amplitudes included by them are determined as solutions of Bethe-Salpeter equations. These equations are suitable for studying the motion of the few nucleons(holes) and contain the effective interactions due to the rest particles. The treatment is done in a manner which permits the calculation of the direct process as well as of processes connected with an intermediate resonance. Application of perturbation theory to the continuum-continuum interaction and the coupling of continuous and discrete states leads to the well-known Breit-Wigner formulas. The whole method is designed to extend the theory of finite Fermion systems to scattering problems, in order to express cross-sections - especially the contribution of intermediate structure, resonance-energies, decay- as well as spreading-widths - in terms of a few parameters similar as in Migdal's treatment of bound systems.

Although the formulation of the problem can be applied to more general processes, the investigation concentrated on even-even target nuclei near closed shells, since the problem of odd nuclei is easier to deal with, and several papers have been published about this topic. In order to study the doorway-states of $2p-1h$ structure occurring for even-even target nuclei the theory of the six-point function has been developed. Integral

equations for these functions have been reduced to tractable matrix problems for the first time. Localized states of the compound systems are calculated from generalized RPA-equations for phonon-quasiparticle coupling. Special problems associated with single-particle resonances and analogue states are studied. Furthermore, the connection with similar shell-model theories of nuclear reactions, the projection operator method and more phenomenological theories such as the DWBA and the core-polarization model is discussed.

Inhalt

	Seite
1. Einleitung und Übersicht	1
2. S-Matrix und Greensche Funktionen	13
2.1 Die S-Matrix für inelastische Nukleonen- streuung und ihre Reduktion auf eine Zweipunktfunktion	13
2.2 Die Isolierung verallgemeinerter Zwei- punktfunktionen aus normalen Greenschen Funktionen	18
2.3 Die Zweipunktfunktion für Zwei-Teilchen-Kerne	21
2.4 Integralgleichungen und reduzible Vertices für das Zwei-Teilchen-Loch-Problem	25
2.5 Zweipunktfunktionen für Zwei-Loch-Kerne und angeregte magische Kerne	29
2.6 Exakte Identitäten für T-Matrizen	32
3. Die Zwei-Zeiten-Näherung für effektive Wechselwirkungen	35
3.1 Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichungen	35
3.2 Die allgemeine Struktur der T-Matrizen	42
4. Bethe-Salpeter-Gleichungen für Doorway-Zustände und für Wellenfunktionen zu direkten Reaktionen in entkoppelter Näherung	50
4.1 Die Aufspaltung des Streuproblems in Teilprobleme	50
4.2 Die Berechnung diskreter Zustände	56
Das Teilchen-Loch-Problem	57
Phonon-Quasiteilchen-Kopplung	61

	Seite
4.3 Gleichungen gekoppelter Kanäle für direkte Reaktionen	64
5. Die Berechnung von Streuamplituden	77
5.1 Ankopplung von Doorway-Zuständen an die Streukanäle und an kompliziertere Zustände des Compoundkerns	77
5.2 Formeln für die T-Matrizen	82
5.3 Isolierte Resonanzen und Breit-Wigner-Formeln	86
6. Einteilchenresonanzen	93
Berücksichtigung von Einteilchen-Dämpfungsbreiten	94
Modifizierte Breit-Wigner-Formeln	102
7. Diskussion und Schlußbemerkungen	105
Mehr-Pol-Näherung und BCS-Korrelationen	108
Analogzustände	109
DWBA und Zwei-Stufen-Prozesse	114
Anhang A: Die Dyson-Gleichung und die Zerlegung des Massenoperators	118
Das optische Potential	122
Anhang B: Bethe-Salpeter-Gleichungen für Vierpunkt- und Sechspunktfunktionen	126
Kopplung von Einteilchen- und 2p-1h-Problem	128
Anhang C: Umformung von Integralgleichungen mit effektiven Wechselwirkungen in Zwei-Zeiten-Näherung	131
Matrixgleichungen für Vierpunktfunktionen	131

	Seite
Matrixgleichung für die 2p-lh-Green-Funktion	132
Die Quasiteilchen-(Ein-Pol-)Näherung	141
Anhang D: Die Renormierung der freien Wechselwirkung	145
Literaturverzeichnis	149

1. Einleitung und Übersicht

Der Wirkungsquerschnitt für die Streuung von niederenergetischen Nukleonen an Atomkernen läßt sich, wie der anderer Kernreaktionen, hinsichtlich seiner Abhängigkeit von der Ein-schußenergie näherungsweise mit Hilfe zweier komplementärer Modellvorstellungen interpretieren. Das optische Modell und das Konzept der direkten Reaktionen sind geeignet, die Grob-struktur der Meßkurven zu beschreiben, die im wesentlichen den Einfluß schnell ablaufender Streuprozesse widerspiegelt, während die Feinstruktur und damit zeitlich verzögerte Reaktionen durch die Vorstellung vom Compoundkern gut erfaßt werden.

Als langlebige approximative Eigenzustände eines aus Targetkern und Projektil gebildeten Compoundsystems interpretiert man seit N. Bohr¹⁾ die vielen schmalen Resonanzen mit Breiten und mittleren Abständen bis zu Bruchteilen eines keV, die man in Experimenten mit entsprechend guter Auflösung sieht, wie in den klassischen Streuversuchen mit langsamen Neutronen. Nach der Bohrschen Hypothese wird bei der Bildung von Anregungszuständen des Compoundkerns das Geschossteilchen völlig absorbiert und seine Energie gleichmäßig auf die Nukleonen des Targetkerns verteilt, so daß gemäß der Breit-Wigner-Formel²⁾ Bildung und Zerfall des Compoundkerns voneinander unabhängig sind.

In Experimenten mit schlechter Auflösung, die über die Resonanzen mitteln, beobachtet man Schwankungen der Streuamplituden über Intervallen der Größenordnung von einem MeV. Zu ihrer Erklärung führte man zur Beschreibung der elastischen Streuung optische Potentiale³⁾ ein, die sich unter Verwendung ihrer zugehörigen Streuwellenfunktionen in Matrixelementen im Rahmen der DWBA⁴⁾ oder als Wechselwirkungen zwischen mehreren gekoppelten Streukanälen^{4b, 14a)} für inelastische Prozesse verallgemeinern lassen. Diese Art der Beschreibung erfaßt typisch die schnell ablaufenden direkten Prozesse, die vorzugsweise die Kernoberfläche betreffen und deren Wellenfunktionen in jedem Moment

nur die einfachsten möglichen Kontinuumszustände des Gesamtsystems beschreiben. Sie wird jedoch durch die Mittelung über die langlebigen und räumlich konzentrierten komplizierteren Compoundzustände modifiziert, die zu einer Energieabhängigkeit und einem Imaginärteil der Potentiale Anlaß geben.

Umfassendere Theorien von Kernreaktionen, die sowohl direkte Prozesse als auch Compoundkern-Reaktionen beschreiben, bestimmen oft in erster Näherung Kontinuumswellenfunktionen für direkte Prozesse und diskrete Zustände des Compoundkerns getrennt und gelangen dann durch deren Kopplung zu Formeln vom Breit-Wigner-Typ; dabei erhalten die Anregungsenergien der Compoundzustände einen zu ihrer Lebensdauer umgekehrt proportionalen Imaginärteil. Während in älteren kinematischen Modellen⁵⁻⁷⁾ das Strukturproblem des Compoundkerns weitgehend offen bleiben konnte und durch parametrisierbare Konstanten in den Ausdrücken für die Streumatrix erschien, hingegen das optische Modell eine stark vereinfachte dynamische Beschreibung des Streuprozesses bietet, versucht man in modernen mikroskopischen Theorien, der vollen Dynamik des Vielkörperproblems gerecht zu werden und insbesondere die Nukleonen von Target und Projektil symmetrisch zu behandeln.

Solche Versuche erscheinen auch angesichts der infolge der relativ hohen Anregungsenergien und nach der Bohrschen Hypothese im allgemeinen zu erwartenden komplizierten Struktur der Anregungen des Compoundkerns sinnvoll. Es hat sich gezeigt, daß dieser Extremfall mit dem entgegengesetzten der besonders einfachen Kontinuumswellenfunktionen direkter Prozesse durch eine Hierarchie weniger komplizierter lokalisierter Anregungsformen verbunden ist, auf deren einfachste sich die Rechnung zunächst beschränken kann. Diese einfacheren Anregungen sind eng verbunden mit dem Phänomen der intermediären Struktur, dessen Entdeckung vor zehn Jahren⁺⁾ einen wichtigen Schritt auf dem Wege zu einem detaillierteren Verständnis der Kernreaktionen und ihres zeitlichen Ablaufs darstellt.

+) z.B. Ref.⁸⁾; Zusammenstellungen späterer experimenteller Daten befinden sich in den Arbeiten^{9,16)}

Unter der intermediären Struktur versteht man Resonanzen mit typischen Breiten von 10 - 100 keV, die man schon in Experimenten sieht, die zwar die Grobstruktur der Potentialstreuung, aber nicht die Feinstruktur der Compoundkern-Zustände auflösen. Bei Verfeinerung des Auflösungsvermögens verschwindet eine typische intermediäre Resonanz zugunsten einer Anzahl schmalere Resonanzen und erscheint nur noch indirekt in einer Modulation ihrer Breiten, die im Zentrum der intermediären Resonanz ihr Maximum haben. Dieses Phänomen fand seine befriedigende Erklärung^{10-12,16)} in der Annahme von besonders einfachen Anregungen des Compoundkerns, die durch möglicherweise kleine, aber systematische Überlappintegrale¹¹⁾ mit den Zuständen der Feinresonanzen diese so korrelieren, daß bei Mittelung eine einzige breitere Resonanz entsteht. Diese Anregungsformen stellen im allgemeinen keine Eigenzustände des Hamilton-Operators dar, sondern werden durch Diagonalisierung in einem Modellraum bestimmt. Bezüglich des zeitlichen Ablaufs einer Reaktion sind sie "Doorway"-Zustände: weil sie auf Grund ihrer Struktur durch ein großes Matrixelement der Wechselwirkung zwischen Target und Projektil mit dem asymptotischen Streuzustand des Eingangskanals stark gekoppelt sind, werden sie durch "erste Stöße"¹³⁾ gebildet und stellen ein Durchgangsstadium für die Bildung möglicher komplizierterer Compoundkern-Zustände dar, in die sie gemäß ihrer Ankopplung durch den Hamilton-Operator zerfallen, falls sie nicht direkt in die Reaktionspartner eines möglichen Ausgangskanals dissoziieren.

Die Berechnung von intermediären Zuständen steht im Mittelpunkt einiger mikroskopischer Modelle von Kernreaktionen wie des im folgenden entwickelten. Sie ist dabei zunächst nicht nur methodisch gegen die Bestimmung der Streuwellenfunktionen für direkte Prozesse, sondern auch gegen die der komplizierteren Anregungen des Compoundkerns abzugrenzen; die Kopplung an die beiden anderen Arten von Zuständen gibt zu zwei Anteilen der Resonanzbreiten von Doorway-Zuständen entsprechend ihrem "externen" und "internen" Zerfall Anlaß.

Während in den älteren Theorien von Kapur und Peierls sowie von Wigner und Eisenbud die Kinematik der Reaktionskanäle und das Strukturproblem des Compoundkerns jeweils in einem äußeren wechselwirkungsfreien und einem inneren Gebiet des Konfigurationsraums abgehandelt werden, arbeiten moderne Theorien mit einer analogen Aufspaltung im Hilbert-Raum der Wellenfunktionen. Abgesehen von der Vermeidung des unscharfen Begriffs des Kanalradius haben sie den Vorteil, daß sie explizit die Streumatrix in einen direkten Anteil und einen Compoundkern-Anteil aufspalten. Unter den mikroskopischen Theorien gibt es zwei sich ergänzende Hauptrichtungen.

In der Feshbachschen Theorie^{14,15)} projiziert man zunächst in der Vielteilchen-Schrödinger-Gleichung die gesamte Wellenfunktion einer Kernreaktion auf die verschiedenen möglichen Targetkern-Zustände, und dann das so erhaltene gekoppelte System effektiver Schrödinger-Gleichungen - in den Koordinaten der gestreuten Teilchen - auf eine gewisse Anzahl explizit berücksichtigter Kanäle. Das resultierende endliche Gleichungssystem dient unmittelbar zur Berechnung der Wellenfunktionen der diesen Kanälen entsprechenden Reaktionen aus effektiven Wechselwirkungen, im Fall nur eines berücksichtigten Kanals aus einem optischen Potential. Die energieabhängigen Wechselwirkungen haben Polterme, die Compoundkern-Zuständen entsprechen und durch Diagonalisierung des Hamilton-Operators im Raum der abgeschnittenen, für durch das Modell erfaßte Einschußenergien geschlossenen Kanäle zu berechnen sind. Dabei lassen sich durch eine analoge Projektion im Raum der geschlossenen Kanäle mit den offenen stark gekoppelte Doorway-Zustände definieren, die ihrerseits über effektive Wechselwirkungen durch alle noch komplizierteren Strukturen beeinflusst werden¹⁶⁾.

In Umkehrung einer solchen schrittweisen Entkopplung vollständig korrelierter Zustandsvektoren wird die Wellenfunktion in der von Weidenmüller und Mitarbeitern¹⁷⁻²⁰⁾ sowie anderen Autoren²¹⁻²⁶⁾ entwickelten Schalenmodelltheorie der Kernreaktionen aus zunächst völlig unkorrelierten Bestandteilen aufgebaut. Bei Zugrundelegung der Aufspaltung in einen Einteilchen-Schalenmodelloperator H^0 und eine Restwechselwirkung wird der

Hamilton-Operator zwischen Slater-Determinanten aus Einteilchen-Eigenfunktionen unter Einfluß des Kontinuums von H^0 diagonalisiert. Statt auf offene und geschlossene Reaktionskanäle werden die Gleichungen auf diskrete und kontinuierliche Teile der Einteilchendarstellung projiziert. Das erlaubt eine im Verhältnis zur Feshbachschen Theorie klarere Definition von Compoundkern-Zuständen als Resultate von normalen Schalenmodellrechnungen zur Kernstruktur - d.h. unter Ausschluß des Kontinuums - und deren ökonomische Verwendung in der Streutheorie. Ebenso lassen sich, im Rahmen weiterer Projektionen der Gleichungen des Schalenmodells auf Konfigurationen von verschiedenem Kompliziertheitsgrad relativ zum Targetkern-Grundzustand, die durch ein großes Matrixelement der Wechselwirkung mit dem Anfangszustand eines Streuprozesses verbundenen Doorway-Zustände eindeutiger charakterisieren.

So ist im Beispiel der Nukleonenstreuung an einem doppeltmagischen Kern der Anfangszustand asymptotisch ein Einteilchen-Kontinuumszustand bezüglich der Slater-Determinante des Targetgrundzustands. Bei Annahme von Zweikörperkräften als Restwechselwirkung kommen dann als Doorway-Zustände nur lokalisierte Zweiteilchen-Loch(2p-1h)-Anregungen bzw. Linearkombinationen von solchen in Frage⁺⁾ . Außer mit dem asymptotischen Streuzustand des Eingangskanals können sie insbesondere auch mit denen solcher inelastischen Kanäle stark gekoppelt sein, deren Targetkern-Zustände sich durch Teilchen-Loch-(p-h)-Anregungen beschreiben lassen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein mikroskopisches Modell der Nukleonenstreuung entwickelt, das die hierarchische Klassifizierung der Doorway-Zustände durch das Schalenmodell mit ihrer Berechnung aus wohldefinierten effektiven Wechselwirkungen verbindet. Dabei wird die feldtheoretische Methode der Greenschen Funktionen²⁷⁻²⁹⁾ benutzt. Sie gestattet eine besonders systematische Behandlung von Vielteilchenproblemen in

⁺⁾ Experimentell nachgewiesene Zustände dieses Typs sind in Ref.⁹⁾ zusammengestellt.

mehreren Bereichen der Physik und wurde von Miodal et al.³¹⁻³⁶⁾ als "Theorie endlicher Fermionensysteme", in Verallgemeinerung der Landauschen Theorie der Fermi-Flüssigkeiten³⁰⁾, auf Atomkerne angewendet.

In der Beschreibung durch Greensche Funktionen wird das Vielteilchenproblem nicht in der Sprache der Wellenfunktionen ausgedrückt, sondern durch Erwartungswerte von Produkten zeitgeordneter Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren bezüglich einer ausgezeichneten von ihnen, etwa der des A-Nukleonen-Grundzustandes des Targetkerns einer Reaktion. Anstatt eine Schrödinger-Gleichung für Wellenfunktionen zu projizieren, werden Bewegungsgleichungen der durch die Greenschen Funktionen dargestellten Projektionen studiert. Das so gegebene System von Integro-Differentialgleichungen, das die Greenschen Funktionen für 1 bis A Nukleonen miteinander koppelt, läßt sich unter anderem durch die Einführung effektiver Wechselwirkungen abschneiden; aus ihnen lassen sich dann die jeweils interessierenden Bewegungstypen wie die Einteilchenbewegung oder die 2p-1h-Bewegung auf dem Hintergrund des A-Nukleonen-Grundzustands im Rahmen von Bethe-Salpeter-Gleichungen³⁷⁾ berechnen.

Die Benutzung des Formalismus der zweiten Quantisierung ermöglicht eine im Vergleich mit dem ursprünglichen Schalenmodell sehr konzise Berücksichtigung des Pauli-Prinzips. Weiterhin unterscheidet sich die Methode der Greenschen Funktionen vom Schalenmodell unter anderem darin, daß die Abspaltung einer Restwechselwirkung vom Hamilton-Operator entfällt, und das zur Darstellung der Gleichungen optimale "Schalenmodellpotential" im Rahmen derselben Theorie selbstkonsistent berechnet werden kann. Von großer Bedeutung ist die Möglichkeit, Grundzustandskorrelationen wie die der "Random-Phase"-Approximation (RPA)^{38,40)} oder des Superfluiditätsmodells^{39,40)} elegant und ökonomisch zu berücksichtigen.

Die effektiven Wechselwirkungen, die den Einfluß der übrigen Anregungsformen des Kern auf die explizit studierten Probleme berücksichtigen, lassen sich als irreduzible Vertices im Rahmen der Entwicklung der Greenschen Funktionen nach

Feynman-Graphen, bzw. durch äquivalente funktionalanalytische Methoden⁴¹⁻⁴³⁾ scharf definieren und prinzipiell mikroskopisch berechnen^{116,117)}. Eine analoge, aber formilere und weniger spezifizierte Systematik weist das Schalenmodell in seiner Formulierung durch Bloch auf²⁴⁾. Daneben bieten sich diese Wechselwirkungen, da sie als exakte Größen in Gleichungen für verschiedene kernphysikalische Phänomene, wie Anregungsspektren, Kernmomente, Übergangsamplituden, Wirkungsquerschnitte zugleich vorkommen, auch zur Parametrisierung an, die gegebenenfalls für eine ganze Gruppe von Kernen gemeinsam möglich wird. Auf dem Gebiet der Kernstruktur sind in dieser Hinsicht, zuerst von Migdal und Mitarbeitern^{36+,44-46)} beachtliche Erfolge erzielt worden. Die vorliegende Arbeit möchte zu einer solchen vereinheitlichenden Beschreibung der Kernphysik im Hinblick auf die Reaktionstheorie beitragen.

Die Anwendung der Methode der Greenschen Funktionen auf Kernreaktionen, die durch ein zuerst von Lehmann, Symanzik und Zimmermann⁴⁹⁾ in der Hochenergiephysik verwendetes Theorem ("LSZ-Theorem") ermöglicht wird, begann mit der Beschreibung der elastischen Nukleonenstreuung durch die Dyson-Gleichung⁵⁰⁾ für die Einteilchen-Green-Funktion⁵¹⁻⁵⁴⁾; dabei wird die entsprechende effektive Wechselwirkung, der Massenoperator, mit dem optischen Potential identifiziert. Abgesehen von der Diskussion gewisser Resonanzen des Massenoperators in der elastischen Streuung^{56,57)} sind Untersuchungen, die intermediäre Zustände des Compoundkerns einschließen, bisher fast ausschließlich für die inelastische Nukleonenstreuung an Atomkernen mit ungerader Nukleonenzahl⁵⁸⁻⁶²⁾ und speziell an Ein-Teilchen⁵⁸⁾- und Ein-Loch-Kernen⁵⁹⁻⁶¹⁾ durchgeführt worden. Für den letzten Fall, auf den sich auch in anderen mikroskopischen Theorien die numerische Diskussion konzentriert (z.B. Ref. 15,19,63), liegen bereits Rechnungen vor⁶⁴⁾.

+) Eine Zusammenstellung berechneter und gemessener Daten sowie ein ausführliches Literaturverzeichnis findet man in dem Buch von Migdal³⁵⁾.

Bei der Streuung an Ein-Teilchen- und Ein-Loch-Kernen spielt für hinreichend niedrige Energien nur die Bildung von $2p$ - und ph -Doorway-Zuständen eine Rolle, bei denen das einlaufende Nukleon das vorhandene Teilchen oder Loch innerhalb derselben Hauptquantenschale anregt, und nicht den Core der übrigen Nukleonen, wobei die Energielücke zwischen den besetzten und unbesetzten Schalen überwunden werden müßte. Diese einfachen Doorway-Zustände werden gerade durch die bekannten Gleichungen für Zweiteilchen-Green-Funktionen^{36,41,43,44)} erfaßt. Einer solchen Beschreibung der Streuung an Ein-Loch-Kernen entspricht auch die Erweiterung der herkömmlichen RPA-Gleichungen für das Teilchen-Loch-Problem auf das Kontinuum durch verschiedene Autoren⁶⁵⁻⁶⁷⁾.

Das in den folgenden Kapiteln dieser Arbeit entwickelte feldtheoretische Modell ist speziell auf die inelastische Nukleonenstreuung an Gerade-gerade-Kernen zugeschnitten, doch sollten die benutzten Methoden auch für andere Reaktionen von Interesse sein. Die im Rahmen dieser Theorie vorkommenden Doorway-Zustände mit $2p$ - $1h$ -Struktur bezüglich des korrelierten Targetgrundzustandes sowie ähnliche mögliche Bindungszustände lassen sich mit Hilfe von Bethe-Salpeter-Gleichungen für die Dreiteilchen-Green-Funktion berechnen, die von Ethofer und Schuck⁶⁸⁾ aufgestellt wurden. Zu diesem Zweck werden diese Integralgleichungen in verallgemeinerte RPA-Gleichungen umgeformt, die ein Studium des $2p$ - $1h$ -Problems hauptsächlich mit Hilfe der Migdalschen Wechselwirkungen gestatten. Zwecks Ankopplung des elastischen Eingangskanals werden sie außerdem durch explizite Berücksichtigung der Einteilchenbewegung verallgemeinert.

Mit Hilfe der Gleichungen für das Zwei-Teilchen-Loch-Problem* werden einerseits die virtuelle Erzeugung und Vernichtung von Teilchen-Loch-Paaren bzw. von Eigenzustände des Targetkerns ausmachenden Linearkombinationen, " p - h -Bosonen", durch das gestreute Nukleon beschrieben. Andererseits wird deren Wechselwirkung mit dem Nukleon durch eine effektive Boson-Fermion-Kraft in allen Ordnungen berück-

sichtigt, in Verallgemeinerung der Beschreibung der elastischen Streuung durch Brenig⁵⁷⁾ und Werner⁵⁶⁾ sowie ähnlicher-nicht mit Greenschen Funktionen arbeitenden-Theorien der inelastischen Streuung^{65,113)}. Der Fall der inelastischen Streuung wird erhalten, wenn ein Nukleon den Kern unter Zurücklassung eines Bosons verläßt.

Eine in den Formeln benutzte Näherung macht eine Beschränkung des Modells auf Streuung an solchen Kernen notwendig, deren Nachbarkerne einfache niederenergetische Anregungszustände mit dominierenden Einteilchenstärken haben, die in Verallgemeinerung des reinen Schalenmodells durch das Bild des Migdalschen "angezogenen" Quasiteilchens gut beschrieben werden^{31,36)}. Solche Kerne werden im folgenden kurz magisch genannt, obwohl, wie die Erfolge der Migdalschen Rechnungen zeigen, eine entsprechende Näherung oft auch für Atomkerne außerhalb der abgeschlossenen Hauptschalen sinnvoll ist. In der Nähe von magischen Kernen sind die niedrigsten 2p-1h-Anregungen des Compoundkerns in guter Näherung selbst Eigenzustände¹¹⁾. Das bedeutet, das in dem Energiebereich von einigen MeV um die Fermi-Kante die effektiven 2p-1h-Wechselwirkungen, die sie bestimmen, nur schwach von der Energie abhängen und mit Hilfe der von Migdal et.al. parametrisierten Konstanten gut approximiert werden. Für höhere Energien wird eine Parametrisierung auch energieabhängiger Größen vorgeschlagen.

Eine die Quasiteilchen-Näherung vermeidende Ausdehnung der Theorie wird skizziert, die nur noch formal ein 2p-1h-Problem darstellt. Dieses Konzept behält jedoch einen physikalischen Inhalt, wenn sich eine solche Verallgemeinerung durch Übergang zu komplexen Energien von Quasiteilchen approximieren läßt, der im sechsten Kapitel diskutiert wird. Als eine spezielle Erweiterung der Theorie über die Nukleonenstreuung an magischen Kernen hinaus gestattet der Formalismus dieser Arbeit durch Variation der Zeitordnung der Dreiteilchen-Green-Funktion Streuprozesse an solchen Kernen zu berechnen, die zusätzlich zwei Nukleonen oder Nukleonenlöcher

haben. Analog zu den skizzierten Fällen der Streuung an Ein-Teilchen- und Ein-Loch-Kernen, beschreibt die Green-Funktion dann die Wechselwirkung des gestreuten Teilchens mit $2p$ - bzw. $2h$ -Bosonen unter Bildung von $3p$ - und $2h$ - $1p$ -Doorway-Zuständen. Bei Einschluß von Grundzustandskorrelationen des Targets ist die Berechnung der letzteren eng mit dem $2p$ - $1h$ -Problem gekoppelt, dessen Name im folgenden oft auch das konjugierte $2h$ - $1p$ -Problem einschließt.

In Kapitel 2 dieser Arbeit wird der Zusammenhang zwischen den Streuamplituden für die inelastische Nukleonenstreuung und verallgemeinerten Einteilchen-Green-Funktionen, d.h. nicht-diagonalen Matrixelementen eines Paares von Feldoperatoren zwischen dem Anfangs- und Endzustand einer Reaktion diskutiert. Abgesehen von dem Fall der elastischen Streuung am magischen Kern müssen diese Funktionen aus Mehrteilchen-Green-Funktionen vom normalen Typ herausprojiziert werden. Dazu wird das Konzept der in engem Zusammenhang mit den Bethe-Salpeter-Gleichungen definierten reduzierbaren Vertices benutzt, das exakte explizite Ausdrücke für die Streuamplituden durch effektive Wechselwirkungen und Greensche Funktionen liefert.

Die grundlegenden Bethe-Salpeter-Gleichungen werden in Kapitel 3 zu verallgemeinerten Eigenwertproblemen vom RPA-Typ vereinfacht. Dazu werden die im Prinzip kompliziert zeitabhängigen effektiven Wechselwirkungen so approximiert, daß sie eine Retardierung zwischen den Mehrteilchen-Wellenfunktionen auf beiden Seiten eines Matrixelementes berücksichtigen, zwischen den wechselwirkenden Teilchen oder Löchern innerhalb einer jeden von ihnen aber vernachlässigen. Wechselwirkungen in solcher Zwei-Zeiten-Näherung hängen nach einer Fourier-Transformation nur von einer Energievariablen ab, die der in projizierten Schrödinger-Gleichungen wie den Feshbachschen entspricht und stellen die einfachsten möglichen Verallgemeinerungen von statischen Wechselwirkungen dar.

In den nächsten beiden Kapiteln wird die vollständige Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung aus zwei Teillösungen eines rein diskreten Eigenwertproblems für Doorway-Zustände

und eines analogen rein kontinuierlichen Problems für die Greenschen Funktionen von direkten Prozessen konstruiert; dabei wird ein von Weigel⁶⁰⁾ angegebenes Modell weiterentwickelt, das mit der speziellen Schalenmodelltheorie von MacDonald²²⁾ eng verwandt ist. In Kapitel 4 werden die beiden Unterprobleme getrennt diskutiert und insbesondere ihre Gleichungen nach Eigenzuständen des Targetkerns entwickelt, was im zweiten Fall zu einer Gleichung der gekoppelten Kanäle^{69,70)} für die direkten Prozesse führt.

In Kapitel 5 werden die Teilprobleme für diskrete und kontinuierliche Zustände in einer Darstellung durch Doorway-Zustände¹⁴⁾ gekoppelt und die Streuamplituden aus einem direkten Anteil und einem Compoundkern-Anteil zusammengesetzt. Die Energien der Doorway-Zustände werden dabei komplex; ihre Imaginärteile haben außer den Breiten für den Zerfall in die Ausgangskanäle einen vom Imaginärteil der effektiven Wechselwirkung herrührenden Anteil, der dem internen Zerfall in die komplizierteren Compoundkern-Zustände entspricht. In spezieller Näherung lassen sich Breit-Wigner-Formeln für isolierte Resonanzen herleiten.

Als numerisch günstige Alternative des Modells werden in Kapitel 6 mögliche schmale Resonanzen des Einteilchenkontinuums, die im Fall der Streuung an magischen Kernen direkt Anlaß zu gewissen Resonanzen des Compoundsystems geben, symmetrisch zu den gebundenen Zuständen der Einteilchenbasis behandelt. Durch die Lösung dieses Standardproblems der Schalenmodelltheorie^{18,26,96,100)} wird der Gültigkeitsbereich der Breit-Wigner-Formeln, die modifiziert werden, erweitert. Mit der dabei angewandten Methode läßt sich gleichzeitig die Theorie auf weiter von der Fermi-Kante entfernt liegende Ein-Teilchen- und Ein-Loch-Niveaus ausdehnen, die durch den Imaginärteil des optischen Potentials gedämpft werden, wie es von Dover et al.⁷¹⁾ diskutiert wurde. In Kapitel 7 werden neben anderen charakteristischen Aspekten des Modells mögliche Verallgemeinerungen sowie Spezialisierungen diskutiert. Insbesondere wird der Zusammenhang mit DWBA- und

Zwei-Stufen-Modellen der Nukleonenstreuung sowie der Theorie der Isospin-Analogzustände hergestellt.

Der dieser Arbeit zugrundeliegende Formalismus der Greenschen Funktionen wird in einem Anhang bereitgestellt. Teil A behandelt die Dyson-Gleichung und den Massenoperator für die Einteilchenbewegung, und Teil B vor allem die entsprechenden Bethe-Salpeter-Gleichungen für das 2p-1h-Problem. Es wird ein System von Gleichungen hergeleitet, daß diese beiden Bewegungstypen miteinander koppelt. In Teil C des Anhangs wird die Reduktion der 2p-1h-Gleichungen bei zwei-zeitig approximierten effektiven Wechselwirkungen explizit durchgeführt und damit ein Beispiel für eine solche Umformung bei höheren Greenschen Funktion gegeben, die wesentlich schwieriger ist als in den bekannten Fällen, wo die verallgemeinerten p-h- und 2p-⁷²⁾RPA-Theorien resultieren^{35,38a,44)}. Teil D enthält die Renormierung der im allgemeinen singulären freien Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu einer endlichen Größe vom Typ der Bruecknerschen G-Matrix.

2. S-Matrix und Greensche Funktionen

2.1 Die S-Matrix für inelastische Nukleonenstreuung und ihre Reduktion auf eine Zweipunktfunktion

Als Ausgangspunkt für ein mikroskopisches Modell der Nukleonenstreuung an Atomkernen benutzen wir das zuerst von Lehmann, Symanzik und Zimmermann⁴⁹⁾ in der Hochenergiephysik aufgestellte und von Villars⁷³⁾ im Rahmen der nicht-relativistischen Kernphysik bewiesene LSZ-Theorem, das die Berechnung der alle Informationen über Streu- oder Reaktionsprozesse enthaltenden S-Matrix auf die von Greenschen Funktionen zurückführt.

Das S-Matrixelement für die Streuung eines Nukleons mit dem Impuls $\underline{k}$ (im Schwerpunktsystem) an einem Kern im Anfangszustand $|s\rangle$, wobei es mit dem Impuls $\underline{k}'$ den Kern im Endzustand $|s'\rangle$ zurückläßt, ist durch das Überlappintegral

$$S_{k'k}^{s's} = \langle s', k' | s, k \rangle \quad (2.1)$$

gegeben⁷⁴⁾. Dabei sind die Zustände $|s, k^{(\pm)}\rangle$ δ -normierte Streulösungen der Vielteilchen-Schrödinger-Gleichung

$$H |s, k^{(\pm)}\rangle = (E_s + \epsilon_k) |s, k^{(\pm)}\rangle \quad (2.2)$$

zu den Randbedingungen asymptotisch aus- und einlaufender Wellen. Der Energieeigenwert von (2.2) ist aufgespalten in die Energie des Targetkern-Zustands

$$H |s\rangle = E_s |s\rangle \quad (2.3)$$

und die asymptotische kinetische Energie $\epsilon_k = \frac{k^2}{2m}$ des gestreuten Nukleons, wobei wie im folgenden $\hbar=1$ gesetzt ist. Die Größe k

soll als Quantenzahl und später als Matrixindex neben Betrag und Richtung des Vektors $\underline{k}$ immer Spin- und Isospinvariablen einschließen; insbesondere ist die in dieser Arbeit entwickelte Streutheorie auch auf Proton-Neutron-Austauschreaktionen anwendbar.

Unter Benutzung des Formalismus der zweiten Quantisierung lassen sich die in Gleichung (2.1) vorkommenden Streuzustände formal aus den Eigenzuständen des Targetkerns durch Anwendung der Resolvente des Hamilton-Operators und eines Feldoperators im Schrödinger-Bild ψ_k^+ gewinnen, der ein Nukleon mit scharfem Impuls $\underline{k}$ erzeugt

$$\begin{aligned} |s, k(\pm)\rangle &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\pm i\eta}{E_s + \epsilon_k - H \pm i\eta} \psi_k^+ |s\rangle \\ &= \left(\psi_k^+ + \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{1}{E_s + \epsilon_k - H \pm i\eta} [V, \psi_k^+] \right) |s\rangle \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Größe V ist der vollständige Wechselwirkungsanteil des Hamilton-Operators; dieser läßt sich in zweiter Quantisierung bei Beschränkung auf Zweinukleonenkräfte durch Ein- und Zweiteilchen-Matrixelemente und Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren ausdrücken als

$$H = \left(\frac{p^2}{2m} \right)_{\alpha\beta} \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta + \frac{1}{2} V_{\alpha\beta, \gamma\delta} \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta^\dagger \psi_\gamma \psi_\delta \quad (2.5)$$

Die Feldoperatoren im Schrödinger-Bild berücksichtigen das Pauli-Prinzip auf Grund ihrer Antikommutator-Beziehungen

$$\begin{aligned} \{\psi_1, \psi_2\} &= \{\psi_1^\dagger, \psi_2^\dagger\} = 0, \\ \{\psi_1, \psi_2^\dagger\} &= \delta_{12} \end{aligned} \quad (2.6)$$

insbesondere kann das Matricelement der Wechselwirkung als antisymmetrisiert angenommen werden.

Die Indices der Feldoperatoren und der Matricelemente in (2.5) und (2.6) beziehen sich wie im folgenden auf ein vollständiges orthonormales System von Einteilchenwellenfunktionen, im Normalfall auf die Eigenfunktionen zum mittleren Einteilchenpotential des Targetkerns, das theoretisch optimal⁷⁵⁾ durch den Ausdruck (A.15) gegeben ist und in der Praxis durch phänomenologische Potentiale approximiert wird. Sie können jedoch auch als die Koordinaten eines Nukleons einschließlich Spin- und Isospin-Anteil interpretiert werden. Die Indizes k, k' bleiben den Impuls-Eigenfunktionen vorbehalten. Im Sinn einer kompakten Matrixschreibweise wird in vielen Gleichungen nicht zwischen diskreten und kontinuierlichen Quantenzahlen, Kronecker-Symbolen und δ -Funktionen sowie Summationen und Integrationen unterschieden; im letzteren Fall wird, soweit griechische Indices betroffen sind, die Einsteinsche Summenkonvention benutzt⁴³⁾.

Während verschiedene Autoren in der Theorie der Kernreaktionen⁵⁶⁻⁶²⁾ die S-Matrix durch eine Green-Funktion mittels einer Beziehung ausdrücken, die sich direkt aus (2.1) und der ersten der Gleichungen (2.4) ergibt, erhält Villars über die zweite Gleichung ein äquivalentes Ergebnis für die Übergangsmatrix (T-Matrix), das unmittelbar das LSZ-Theorem darstellt und schon Umformungen enthält, die bei Benutzung der anderen Beziehung an späterer Stelle nötig werden

$$\begin{aligned} S_{k'k}^{s's} &= \delta_{s's} \delta(k'-k) - 2\pi i \delta(E_{s'} + \epsilon_{k'} - E_s - \epsilon_k) T_{k'k}^{s's}, \\ &- 2\pi i \delta(E_{s'} + \epsilon_{k'} - E_s - \epsilon_k) T_{k'k}^{s's} = \\ &i \int_{-\infty}^{\infty} \int dt' dt e^{i(\epsilon_{k'} t' - \epsilon_k t)} \left(i \frac{\partial}{\partial t'} - \epsilon_{k'} \right) \left(i \frac{\partial}{\partial t} + \epsilon_k \right) G_{k'k}^{s's}(t', t). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dabei ist die Einteilchen-Green-Funktion (Zweipunktfunktion) definiert durch

$$G_{k'k}^{s's}(t, t') = \frac{1}{i} \langle s' | T \psi_{k'}(t') \psi_k^\dagger(t) | s \rangle, \quad (2.8)$$

$$\psi_{k'}(t) = e^{iHt} \psi_{k'} e^{-iHt},$$

ein Matricelement von Feldoperatoren im Heisenberg-Bild, die gemäß der allgemeineren Definition (2.16) mit von rechts nach links zunehmendem Zeitargument unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Permutation geordnet sind; zum Ausdruck (2.7) liefert indes nur der retardierte Anteil mit $t' > t$ einen Beitrag. Die Greensche Funktion bestimmt gerade die Größe, deren Betragsquadrat proportional zum Streuquerschnitt ist

$$\frac{d\sigma_{k'k}^{s's}}{d\Omega_{k'}} = (4\pi^2 m)^2 \left(\frac{\epsilon_{k'}}{\epsilon_k} \right)^2 |T_{k'k}^{s's}|^2. \quad (2.9)$$

Gleichung (2.7) hat eine einfachere Form, wenn man die Fourier-Transformierte der Green-Funktion verwendet, die durch

$$G_{k'k}^{s's}(\epsilon_{k'}, \epsilon_k) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' dt e^{i(\epsilon_{k'} t' - \epsilon_k t)} G_{k'k}^{s's}(t', t) \quad (2.10)$$

definiert ist. Nach Einführung der Greenschen Funktion eines freien Teilchens, G^0 , - eines Erwartungswertes des physikalischen Vakuums, der wie jeder in $|s\rangle$ diagonale Ausdruck (2.8) nur von der Differenz $t-t'$ abhängt - und deren Fourier-Transformation

$$G_{k'k}^0(\epsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') e^{i\epsilon(t-t')} G_{k'k}^0(t-t')$$

$$= \left(\epsilon - \frac{p^2}{2m} + i0 \right)_{k'k}^{-1} \quad (2.11)$$

erhält man

$$2\pi \delta(E_{S'} + \epsilon_{k'} - E_S - \epsilon_k) T_{k'k}^{S'S} =$$

$$\lim_{\epsilon - \epsilon_k \rightarrow 0, \epsilon' - \epsilon_{k'} \rightarrow 0} \{G^0(\epsilon')\}_{k'\alpha'}^{-1} G_{\alpha'\alpha}^{S'S}(\epsilon', \epsilon) \{G^0(\epsilon)\}_{\alpha k}^{-1} \quad (2.12)$$

Wie es charakteristisch für die Anwendungsgebiete der Greenschen Funktionen ist, sind die in dieser Arbeit diskutierten Streuprozesse mit der Lösung gewisser dynamischer Probleme einiger weniger Nukleonen und Nukleonenlöcher auf dem Hintergrund eines ausgezeichneten mathematischen Vakuumzustands $|0\rangle$ verknüpft, in diesem Fall des exakten Grundzustandes eines magischen Kerns. Das am einfachsten zu formulierende Streuproblem ist die elastische Nukleonenstreuung an einem solchen Kern. Sie läßt sich als Streuung in einem effektiven Ein-
teilchenpotential (Massenoperator) M beschreiben, aus dem sich mit Hilfe der Dyson-Gleichung die normale Zweipunktfunktion G , die einen Erwartungswert des Zustands $|0\rangle$ darstellt, berechnet

$$G_{\alpha\alpha'}(\epsilon) = G_{\alpha\alpha'}^0(\epsilon) + G_{\alpha\alpha'}^0(\epsilon) M_{\alpha\beta}(\epsilon) G_{\beta\alpha'}(\epsilon) \quad , \quad (2.13)$$

wobei

$$2\pi \delta(\epsilon_1 - \epsilon_{1'}) G_{\alpha\alpha'}(\epsilon_1) = G_{\alpha\alpha'}^{00}(\epsilon_1, \epsilon_{1'}) \quad . \quad (2.14)$$

Die Ableitung der Dyson-Gleichung und die Definition des Massenoperators sowie die nähere Diskussion der Fourier-transformierten Größen in (2.13), die man in Analogie zu (2.11) aus den zeitabhängigen erhält, finden sich im Anhang A. Mit Hilfe von Gleichung (2.13) bekommt man für die T-Matrix der elastischen Streuung aus (2.12) den Ausdruck⁵⁸⁾

$$T_{k'k}^{00} = T_{k'k} = M_{k'k}(\epsilon_k) + M_{k'\alpha}(\epsilon_k) G_{\alpha\beta}(\epsilon_k) M_{\beta k}(\epsilon_k) \quad . \quad (2.15)$$

Das Analogon dieser Formel in der Theorie der Streuung an einem Potential⁷³⁾, dessen Verallgemeinerung M darstellt, ist wohl bekannt. Außerdem ist sie im Zusammenhang mit den Low-Gleichungen⁷⁶⁾ der Hochenergiephysik interpretierbar.

Um andere Streuprobleme zu studieren, müssen zusätzlich zu dem effektiven Potential des gestreuten Teilchens effektive Wechselwirkungen dieses Teilchens mit anderen Teilen oder Löchern berücksichtigt werden, die im Anfangs- oder Endzustand des Targetkerns oder in virtuellen Zwischenzuständen enthalten sind. Auch in diesen Fällen, die mit Hilfe höherer Green-Funktionen studiert werden, dient die Zweipunktfunktion G dazu, das ein- und auslaufende Nukleon asymptotisch durch ein optisches Potential, den energetisch geglätteten Massenoperator, zu beschreiben. Dazu geeignete zur Dyson-Gleichung äquivalente effektive Schrödinger- und Lippmann-Schwinger-Gleichungen werden in Anhang A und Abschnitt 2.6 diskutiert. Andererseits wird im folgenden auch anstelle von Gleichung (2.15) ein Ausdruck abgeleitet, der den durch den Massenoperator mehr summarisch erfaßten Einfluß der angeregten Zustände des Targetkerns auf die elastische Streuung explizit beschreibt.

2.2 Die Isolierung verallgemeinerter Zweipunktfunktionen aus normalen Greenschen Funktionen

Für die in dieser Arbeit behandelten Probleme der Nukleonenstreuung sind neben dem Vakuumzustand des magischen Kerns Targetkern-Zustände typisch - wenn auch nicht notwendig zur Ableitung der Formeln dieses Kapitels -, die durch p -h, $2h$ - oder $2p$ -Anregungen beschrieben werden. In Verbindung mit den gestreuten Teilchen stellen solche Anregungen ein $2p$ - $1h$ -, $2h$ - $1p$ - oder ein $3p$ -Problem dar. Dementsprechend lassen sich die für die T -Matrizen benötigten verallgemeinerten Zweipunktfunktionen durch Herausprojektion aus normalen Mehrteilchen-Green-Funktionen gewinnen, die andererseits als Lösungen von Bethe-Salpeter-Gleichungen für diese effektiven Dreikörperprobleme berechnet werden können.

Als Definition der normalen n-Teilchen- (2n-Punkt-) Green-Funktion benutzen wir³⁵⁾

$$G_{1..n, 1'..n'}^{(n)}(t_1..t_n) = \left(\frac{1}{i}\right)^n \langle 0 | T \psi_1(t_1) \dots \psi_n(t_n) \psi_{n'}^\dagger(t_{n'}) \dots \psi_{1'}^\dagger(t_{1'}) | 0 \rangle$$

$$= \left(\frac{1}{i}\right)^n \sum_{P(1..n, n'..1')} \text{sgn } P \langle 0 | a_{p_1}(t_{p_1}) \dots a_{p_n}(t_{p_n}) | 0 \rangle \Theta(t_{p_1} - t_{p_2}) \dots \Theta(t_{p_{n-1}} - t_{p_n}),$$

$$a_i = \begin{cases} \psi_i, & i = 1, \dots, n \\ \psi_i^\dagger, & i = 1', \dots, n' \end{cases}, \quad (2.16)$$

$$\Theta(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < 0 \\ e^{-\sigma\tau}, & \tau \geq 0 \end{cases}.$$

Die Summe läuft dabei über alle Permutationen P mit der Parität $\text{sgn } P$, die das 2n-tupel $(1..n, n'..1')$ in $(P_1..P_n, P_{n'}..P_1)$ überführen. Die eine Zeitordnung definierenden verallgemeinerten Stufenfunktionen enthalten eine infinitesimale Größe σ , die die Konvergenz der Integrale bei Fourier-Transformationen sicherstellt⁵⁹⁾.

Zur Beschreibung inelastischer Streuung an magischen A-Nukleonen-Kernen wird eine Zweipunktfunktion benötigt, die den Grundzustand $|0\rangle$ mit einem angeregten Zustand $|S_A\rangle$ verbindet. Sie ist in der normalen Vierpunktfunktion bei einer bestimmten Ordnung der Zeitvariablen enthalten, die durch den folgenden Grenzprozess sichergestellt wird⁶²⁾

$$G_{23, 41,}(t_2..t_{1'}) \xrightarrow{t_2=0=t_4=\tau' \rightarrow +\infty}$$

$$- \sum_{S'_A} \langle 0 | \psi_2 \psi_4^\dagger | S'_A \rangle e^{-i\omega_{S'_A} \tau'} \langle S'_A | T \psi_3(t_3) \psi_{1'}^\dagger(t_{1'}) | 0 \rangle. \quad (2.17)$$

Wie im folgenden benutzen wir als Abkürzung für die Energie eines Zustands $|s\rangle$, die auf die Grundzustandsenergie E_0 des magischen Kerns bezogen ist,

$$\omega_s = E_s - E_0.$$

Durch einen ähnlichen Grenzprozess läßt sich von der Sechspunktfunktion eine Zweipunktfunktion abspalten, die ein Matrixelement zwischen zwei angeregten Zuständen des magischen Kerns darstellt

$$G_{4'23,2'3'4}(t_4 \dots t_4) \xrightarrow[t_2 - 0 = t_4 = \tau' \rightarrow +\infty]{t_{4'} - 0 = t_{2'} = \tau \rightarrow -\infty} \quad (2.18)$$

$$i \int_{s_A, s'_A} \langle 0 | \psi_2 \psi_4^\dagger | s'_A \rangle e^{-i\omega_{s'_A} \tau'} \langle s'_A | T \psi_3(t_3) \psi_3^\dagger(t_3) | s_A \rangle e^{i\omega_{s_A} \tau} \langle s_A | \psi_4 \psi_2^\dagger | 0 \rangle.$$

Zwei andere Grenzübergänge in der Sechspunktfunktion führen schließlich zu asymptotischen Ausdrücken, die die Green-Funktionen für die Nukleonenstreuung an Zwei-Loch- und Zwei-Teilchen-Kernen enthalten.

$$G_{4'23,2'3'4}(t_4 \dots t_4) \xrightarrow[t_3, -0 = t_{2'} = \tau' \rightarrow +\infty]{t_2 - 0 = t_3 = \tau \rightarrow -\infty} \quad (2.19)$$

$$-i \int_{s_{A-2}, s'_{A-2}} \langle 0 | \psi_3^\dagger \psi_2^\dagger | s'_{A-2} \rangle e^{-i\omega_{s'_{A-2}} \tau'} \langle s'_{A-2} | T \psi_4(t_4) \psi_4^\dagger(t_4) | s_{A-2} \rangle e^{i\omega_{s_{A-2}} \tau} \langle s_{A-2} | \psi_2 \psi_3 | 0 \rangle,$$

$$G_{123,1'2'3'}(t_1 \dots t_3) \xrightarrow[t_2 - 0 = t_1 = \tau' \rightarrow +\infty]{t_{1'} - 0 = t_{2'} = \tau \rightarrow -\infty} \quad (2.20)$$

$$-i \int_{s_{A+2}, s'_{A+2}} \langle 0 | \psi_2 \psi_1 | s'_{A+2} \rangle e^{-i\omega_{s'_{A+2}} \tau'} \langle s'_{A+2} | T \psi_3(t_3) \psi_3^\dagger(t_3) | s_{A+2} \rangle e^{i\omega_{s_{A+2}} \tau} \langle s_{A+2} | \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger | 0 \rangle.$$

In den nächsten Abschnitten dieses Kapitels werden die verallgemeinerten Zweipunktfunktionen mit Hilfe Abelscher Integraloperationen für die Grenzwerte aus den Formeln (2.17-2.20) isoliert. Außer aus diesen Ausdrücken für Vier- und Sechspunktfunktionen lassen sich Anfangs- und Endzustand ($\neq |0\rangle$) des Targetkerns aus je einer Vierpunktfunktion herausprojizieren, die sich von den Sechspunkt-Funktionen durch die Einführung von reduzierbaren Vertices (Γ -Matrizen) abtrennen läßt. Der Vergleich beider Projektionen führt dann zu expliziten Ausdrücken für die Zweipunktfunktionen der LSZ-Formeln. Wie zu der ähnlichen Ableitung von Gleichung (2.15) die Dyson-Gleichung benutzt wird, ist die Definition von Γ -Matrizen eng verknüpft mit den Bethe-Salpeter-Gleichungen; diese werden zusammen mit den darin vorkommenden irreduzierbaren Vertices, die als effektive Wechselwirkungen dem Massenoperator entsprechen, in Anhang B zusammengestellt und diskutiert. Ihre geeignete Wahl hängt von dem jeweils untersuchten Streuproblem ab.

2.3 Die Zweipunktfunktion für Zwei-Teilchen-Kerne

Wir leiten zunächst die Green-Funktion für die Nukleonenstreuung an Zwei-Teilchen-Kernen ab; die diesem Problem entsprechende Zerlegung der Sechspunktfunktion ist am übersichtlichsten und kann exemplarisch für die anderen Fälle durchgeführt werden.

Die Bethe-Salpeter-Gleichung für das 3p-Problem ist in ihrer symmetrischsten Form durch die Gleichungen (B.6) und (B.7) des Anhangs gegeben. Für die Nukleonenstreuung an einem Zwei-Teilchen-Kern wird eine modifizierte Version benötigt, deren Lösung die 2p-Korrelationen des Targetkerns schon in nullter Näherung enthält und gemäß dem Anhang leicht aus der ersten Gleichung folgt

$$G_{123,1'2'3'} = G_{12,1'2'} G_{33'} - (2' \leftrightarrow 3') - (1' \leftrightarrow 3') \\ + \frac{1}{2} G_{12,\alpha\beta} G_{3\gamma} \hat{K}_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}^{(PP)} G_{\alpha'\beta'\gamma',1'2'3'} \quad . \quad (2.21)$$

Der irreduzible Vertex $\hat{K}^{(pp)}$, eine effektive 2p-Boson-Fermion-Wechselwirkung⁶⁸⁾, setzt sich zusammen aus effektiven 2p-Wechselwirkungen K^{pp} , die mittels (B.3) auch die Vierpunkt-funktion in (2.21) bestimmen, und einem Drei-Körper-Anteil K^{PPP} der effektiven Wechselwirkung

$$\hat{K}_{123,1'2'3'}^{(pp)} = i G_{11'}^{-1} K_{23,2'3'}^{pp} + i G_{22'}^{-1} K_{13,1'3'}^{pp} + K_{123,1'2'3'}^{PPP} . \quad (2.22)$$

Wie die Greenschen Funktionen hängen die effektiven Wechselwirkungen von Zeitvariablen ab. In (2.21) sind diese wie in allen Gleichungen, in denen sie oder entsprechende Energievariablen nicht explizit vorkommen, in den formal diskreten Indices der kompakten Matrixschreibweise mit enthalten, wie am Anfang von Anhang A ausführlicher erläutert wird.

Die Integralgleichung (2.21) legt die Definition eines reduziablen Vertex Γ durch

$$\begin{aligned} G_{123,1'2'3'} &= G_{12,1'2'} G_{33'} - (2' \leftrightarrow 3') - (1' \leftrightarrow 3') \\ &+ G_{12,\alpha\beta} G_{3\gamma} \hat{\Gamma}_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}^{(pp)} G_{\alpha'1',1'2'} G_{\gamma'3'} \end{aligned} \quad (2.23)$$

nahe, für den sie den expliziten Ausdruck

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{123,1'2'3'}^{(pp)} &= \frac{1}{2} \{ \hat{K}_{123,1'2'3'}^{(pp)} - (2' \leftrightarrow 3') - (1' \leftrightarrow 3') \} \\ &+ \frac{1}{4} \hat{K}_{123,\alpha\beta\gamma}^{(pp)} G_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'} \hat{K}_{\alpha'1',1'2'3'}^{(pp)} \end{aligned} \quad (2.24)$$

liefert. Wenn auf der rechten Seite von Gleichung (2.23) derselbe Grenzprozeß durchgeführt wird, der auf der linken Seite zu (2.20) führt, erhält man als asymptotischen Ausdruck

$$\begin{aligned}
 & G_{123,1'2'3'}(t_1 \dots t_3) \xrightarrow[t_2 - 0 = t_1 = \tau' \rightarrow +\infty]{t_1 - 0 = t_2 = \tau \rightarrow -\infty} \\
 & -G_{33'}(t_3, t_3') \int_{S_{A+2}} \langle 0 | \psi_2 \psi_1 | S_{A+2} \rangle e^{-i\omega_{S_{A+2}}(\tau - \tau')} \langle S_{A+2} | \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger | 0 \rangle + (A.T.) \\
 & + \frac{1}{4} \int_{S_{A+2}, S'_{A+2}} \int_{-\infty}^{\infty} dt_{\alpha} \dots dt_{\gamma} dt_{\alpha'} \dots dt_{\gamma'} \left(G_{3\gamma'}(t_3, t_{\gamma'}) \langle 0 | \psi_2 \psi_1 | S'_{A+2} \rangle e^{-i\omega_{S'_{A+2}} \tau'} \right. \\
 & \cdot \langle S'_{A+2} | T \psi_{\beta}^\dagger(t_{\beta}) \psi_{\alpha}^\dagger(t_{\alpha}) | 0 \rangle \hat{\Gamma}_{\alpha\beta\gamma, \alpha'\beta'\gamma'}^{(PP)}(t_{\alpha} \dots t_{\gamma'}) \langle 0 | T \psi_{\alpha'}(t_{\alpha'}) \psi_{\beta'}(t_{\beta'}) | S_{A+2} \rangle \\
 & \cdot \left. e^{i\omega_{S_{A+2}} \tau} \langle S_{A+2} | \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger | 0 \rangle G_{\gamma'3'}(t_{\gamma'}, t_3') \right) \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

die Abkürzung steht dabei für die beiden Austauschsterme in (2.23).

Aus den Summen in (2.20) und (2.25) lassen sich bestimmte Zustände $|S_{A+2}\rangle$ des Zwei-Teilchen-Kerns durch einen u.a. von Speth^{62,77-79} bei ähnlichen Problemen verwendeten Projektionsformalismus herausprojizieren. Auf die Sechspunktfunktion angewendet ergibt er bei Beschränkung auf $t < t_3, t_3' < t'$ und Benutzung der Darstellung (2.20)

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\eta, \eta' \rightarrow 0} \eta \eta' \int_t^\infty d\tau' e^{i(\omega_{S_{A+2}} + i\eta)\tau'} \int_{-\infty}^t d\tau e^{-i(\omega_{S_{A+2}} + i\eta)\tau} G_{123,1'2'3'}(\tau', \tau'+0, t_3, \tau+0, \tau, t_3') \\
 & = \lim_{\eta, \eta' \rightarrow 0} \int_{S_{A+2}, S'_{A+2}} \frac{\eta' e^{i(\omega_{S'_{A+2}} - \omega_{S_{A+2}})t'}}{i(\omega_{S'_{A+2}} - \omega_{S_{A+2}} - i\eta')} \frac{\eta e^{-i(\omega_{S_{A+2}} - \omega_{S_{A+2}})t}}{i(\omega_{S_{A+2}} - \omega_{S_{A+2}} - i\eta)} \quad (2.26) \\
 & \cdot \langle 0 | \psi_2 \psi_1 | S'_{A+2} \rangle G_{33'}^{S'_{A+2}, S_{A+2}}(t_3, t_3') \langle S_{A+2} | \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger | 0 \rangle \\
 & = \langle 0 | \psi_2 \psi_1 | S'_{A+2} \rangle G_{33'}^{S'_{A+2}, S_{A+2}}(t_3, t_3') \langle S_{A+2} | \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger | 0 \rangle.
 \end{aligned}$$

Bei der Ableitung von (2.26) wird Gebrauch von der Tatsache gemacht, daß die Zustände des Targetkerns Bindungszustände sind und diskreten Polen der Green-Funktion entsprechen. Da die rechte Seite nicht von t' und t abhängt, bleibt die Identität auch im Limes gegen $\pm \infty$ dieser Zeiten gültig, und die ursprüngliche Beschränkung von t_3 und t_3 , entfällt.

Dieselbe Integraloperation läßt sich auf die rechte Seite von (2.23) anwenden; eine detailliertere Rechnung, die insbesondere zeigt, daß keine Terme mit anderen Zeitordnungen der Vierpunktfunktionen als denen von (2.25) übrigbleiben, folgt einer analogen im Anhang A der Arbeit⁶²⁾. Wenn man das Ergebnis der rechten Seite von (2.26) gleichsetzt und berücksichtigt, daß die Austauschterme von (2.25) keinen Beitrag liefern, bekommt man für die Zweipunktfunktion zwischen solchen A+2-Nukleonen-Bindungszuständen, die für mindestens ein Paar von Quantenzahlen eine nicht-verschwindende 2p-Amplitude haben, den expliziten Ausdruck

$$G_{33'}^{S_{A+2}, S_{A+2}} = G_{33'} \delta_{S_{A+2}, S_{A+2}} + G_{33'} F_{\beta\alpha}^{S_{A+2}0} \hat{F}_{\alpha\beta\gamma, \alpha'\beta'\gamma'}^{(pp)} F_{\alpha'\beta'}^{0 S_{A+2}} G_{\gamma'\gamma'}. \quad (2.27)$$

Dabei ist $\hat{F}^{(pp)}$ durch (2.24) gegeben, und die Größen F sind anormale Greensche Funktionen, wie sie in der Theorie superfluider Kerne^{33,43)} Verwendung finden

$$F_{12}^{0 S_{A+2}}(t_1, t_2) = \frac{1}{i} \langle 0 | T \psi_1(t_1) \psi_2(t_2) | S_{A+2} \rangle, \quad (2.28)$$

$$F_{12}^{S_{A+2}0}(t_1, t_2) = \frac{1}{i} \langle S_{A+2} | T \psi_1^\dagger(t_1) \psi_2^\dagger(t_2) | 0 \rangle.$$

2.4 Integralgleichungen und reduzible Vertices für das Zwei-Teilchen-Loch-Problem

Die inelastische Nukleonenstreuung an magischen Kernen und an Zwei-Loch-Kernen ist eng mit dem 2p-1h- und dem 2h-1p-Problem verknüpft und damit mit einer zweiten, die im vorigen Abschnitt benutzte ergänzenden Bethe-Salpeter-Gleichung für die Sechspunktfunktion (B.4), die diese beiden Probleme simultan beschreibt. Statt einer solchen von Ethofer und Schuck⁶⁸⁾ zusammen mit der ersteren aufgestellten Gleichung, die zunächst den Massenoperator bestimmt, ist es für unsere Zwecke vorteilhafter, ein im Anhang B aus dieser hergeleitetes Gleichungssystem zu benutzen, das die 2p-1h- und 2h-1p-Probleme direkt an die Einteilchenbewegung und damit die inelastischen Kanäle der Streuung am magischen Kern mit dem elastischen Kanal koppelt.

In der dieses Gleichungssystem lösenden Blockmatrix von Greenschen Funktionen kommen durch Subtraktion von Produkten niederer Green-Funktionen modifizierte Vier- und Sechspunktfunktionen vor, die definiert sind durch

$$L_{12,1'2'} = G_{12,1'2'} - G_{11'} G_{22'} + G_{12'} G_{21'} \quad (2.29)$$

und

$$\begin{aligned} L_{123,1'2'3'} &= G_{123,1'2'3'} - G_{23,3'1'} G_{12'} + (1' \leftrightarrow 2') - G_{31',1'2'} G_{23'} + (2 \leftrightarrow 3) \\ &\quad + [G_{23'} G_{31'} G_{12'} - (1' \leftrightarrow 2')] - \{2 \leftrightarrow 3\} \quad . \end{aligned} \quad (2.30)$$

Sie sind durch die im Anhang abgeleiteten Bewegungsgleichungen

$$G_{11'} = G_{11'}^{HF} + i G_{1\alpha}^{HF} V_{\alpha\beta,\gamma\delta} L_{\gamma\delta,\beta 1'} \quad , \quad (2.31)$$

$$L_{12,1'2'} = i G_{1\alpha}^{HF} V_{\alpha\beta,\gamma\delta} L_{2\gamma\delta,1'2'\beta} \quad (2.32)$$

untereinander und mit der Zweipunktfunktion verknüpft. In diesen Gleichungen ist G^{HF} die durch (A.12) definierte Greensche Funktion eines Teilchen in einem verallgemeinerten Hartree-Fock-Potential, dem durch (A.10) bzw. (A.15) gegebenen statischen Schalenmodell-Anteil M^{HF} des Massenoperators. In der kompakten Matrixschreibweise enthält V gemäß der allgemeinen Konvention in Anhang A δ -Funktionen der Zeitvariablen.

Mit Hilfe von (2.31) und (2.32) läßt sich die Integralgleichung (B.4) verallgemeinern zu dem Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} G_{11'} & -iL_{4'1,2'3'} \\ -iL_{23,41'} & L_{4'23,2'3'4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11'}^{HF} & 0 \\ 0 & G_{4'23,2'3'4}^{o(i)} - (2' \leftrightarrow 3') \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_{1\alpha}^{HF} & 0 \\ 0 & 2G_{\delta 23,\beta\gamma 4}^{o(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & V_{\delta'\alpha,\beta'\gamma'} \\ V_{\beta\gamma,\delta\alpha'} & \frac{1}{2}K_{\delta'\beta\gamma,\beta'\gamma'\delta}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\alpha'4'} & -iL_{4'\alpha',2'3'} \\ -iL_{\beta'\gamma',\delta'4'} & L_{4'\beta'\gamma',2'3'\delta'} \end{pmatrix},$$

i=1,2,3. (2.33a-c)

In Gleichung (2.33) sind die Lösungen nullter Ordnung $G^{o(i)}$ Produkte niederer Green-Funktionen und die Größen $K^{(i)}$ effektive Wechselwirkungen, die mit dem 2p-1h-irreduziblen Vertex (B.5) zusammenhängen. Für diese Größen sind den verschiedenen untersuchten Problemen angemessene verschiedene Versionen möglich. Die Gleichung hat ihre symmetrischste Form, wenn G^o völlig unkorreliert ist und alle Korrelationen durch die effektive 2p-1h-Wechselwirkung K erzeugt werden, die als vollständiger 2p-1h-irreduzibler Vertex neben einer effektiven Dreikörperkraft K^{pph} drei Zwei-Körper-Anteile enthält, darunter neben K^{pp} auch die effektive Teilchen-Loch-Wechselwirkung K^{ph} .

$$G_{4'23, 2'3'4}^{o(1)} = G_{22'} G_{33'} G_{44'} ,$$

$$K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(1)} = K_{\delta 23, \beta \gamma 4} \quad (2.34)$$

$$= i(G_{\delta 4}^{-1} K_{23, \beta \gamma}^{pp} - G_{3\gamma}^{-1} K_{\delta 2, \beta 4}^{ph} - G_{2\beta}^{-1} K_{\delta 3, \gamma 4}^{ph}) + K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{pph} .$$

Wenn in (2.33) wie in Gleichung (2.21) die 2p-Korrelationen, also die Wechselwirkung K^{pp} , schon vorsummiert sind, enthält $G^{o(2)}$ eine Vierpunktfunktion, in der insbesondere die Eigenzustände des A-2-Nukleonen-Systems vorkommen; $K^{(2)}$ ist dann eine effektive 2p-Boson-Fermionenloch-Wechselwirkung⁶⁸⁾

$$G_{4'23, 2'3'4}^{o(2)} = G_{4'23, 2'3'4}^{o(pp)} = \frac{1}{2} G_{23, 2'3'} G_{4'4} , \quad (2.35)$$

$$K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(2)} = K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(pp)} = -i G_{3\gamma}^{-1} K_{\delta 2, \beta 4}^{ph} - i G_{2\beta}^{-1} K_{\delta 3, \gamma 4}^{ph} + K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{pph} .$$

Ähnlich läßt sich innerhalb von $G^{o(3)}$ ein Vertex K^{ph} nach Gleichung (B.1) zu einer Vierpunktfunktion, der Teilchen-Loch-Antwortfunktion⁴¹⁻⁴³⁾

$$R_{12, 1'2'} = G_{12, 1'2'} - G_{11'} G_{22'} \quad (2.36)$$

aufsummieren, die vor allem die durch p-h-Korrelationen beschriebenen angeregten Zustände des magischen Kerns enthält

$$G_{4'23, 2'3'4}^{o(3)} = G_{4'23, 2'3'4}^{o(ph)} = -R_{4'2, 2'4} G_{33'} , \quad (2.37)$$

$$K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(3)} = K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(ph)} = i G_{\delta 4}^{-1} K_{23, \beta \gamma}^{pp} - i G_{2\beta}^{-1} K_{\delta 3, \gamma 4}^{ph} + K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{pph} .$$

Wie aus den nächsten Abschnitten ersichtlich ist, definieren die Gleichungen (2.33b) und (2.33c) Formeln für die T-Matrizen der Streuung an A- und A-2-Nukleonen-Kernen. Zur Berechnung des damit verbundenen 2p-1h-Problems benutzen wir grundsätzlich Gleichung (2.33a), die beide Streuprobleme symmetrisch erfaßt und das Pauli-Prinzip bezüglich der beiden Teilchen am übersichtlichsten zu berücksichtigen gestattet. Gelegentlich rechnen wir jedoch auch in speziellen Boson-Fermion-Darstellungen dieser Gleichung, die mit (2.33b) und (2.33c) zusammenhängen.

Zu dem Gleichungssystem (2.33) lassen sich Γ -Vertices auf ähnliche Weise wie für das 3p-Problem (2.23) definieren als die Blockmatrizen

$$\begin{pmatrix} G_{11'} & -iL_{4'1,2'3} \\ -iL_{23,41'} & L_{4'23,2'3'4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11'}^{HF} & 0 \\ 0 & G_{4'23,2'3'4}^{o(i)} - (2' \leftrightarrow 3') \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} G_{1\alpha}^{HF} & 0 \\ 0 & 2G_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{o(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_{\alpha \alpha'}^{(i)} & \Gamma_{\delta' \alpha', \beta' \gamma'}^{(i)} \\ \Gamma_{\beta \gamma, \delta \alpha'}^{(i)} & \Gamma_{\delta' \beta \gamma, \beta' \gamma' \delta}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\alpha' 1'}^{HF} & 0 \\ 0 & 2G_{4' \beta' \gamma', 2' 3' \delta'}^{o(i)} \end{pmatrix},$$

i=1,2,3. (2.38a-c)

Mit Hilfe von (2.33) erhält man für sie die expliziten Ausdrücke

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11'}^{(i)} & \Gamma_{4'1,2'3}^{(i)} \\ \Gamma_{23,41'}^{(i)} & \Gamma_{4'23,2'3'4}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & V_{4'1,2'3} \\ V_{23,41'} & \frac{1}{4} \{ K_{4'23,2'3'4}^{(i)} - (2' \leftrightarrow 3') \} \end{pmatrix}$$

(2.39a-c)

$$+ \begin{pmatrix} 0 & V_{\delta' 1, \beta \gamma} \\ V_{23, 4\alpha} & \frac{1}{2} K_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\alpha \alpha'} & -iL_{\delta' \alpha', \beta' \gamma'} \\ -iL_{\beta \gamma, \delta \alpha'} & L_{\delta' \beta \gamma, \beta' \gamma' \delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & V_{4' \alpha', 2' 3'} \\ V_{\beta' \gamma', \delta' 4'} & \frac{1}{2} K_{4' \beta' \gamma', 2' 3' \delta'}^{(i)} \end{pmatrix}.$$

2.5 Zweipunktfunktionen für Zwei-Loch-Kerne und angeregte magische Atomkerne

Mit Hilfe der Ergebnisse des letzten Abschnitts ist es einfach, Ausdrücke für verallgemeinerte Zweipunktfunktionen zwischen Eigenzuständen der A-2- und A-Nukleonen-Systeme zu erhalten. Um solche Green-Funktionen aus (2.19) und (2.18) zu isolieren, braucht man die folgenden Zerlegungen der Sechspunktfunktion, die in (2.38) und (2.39) enthalten sind

$$L_{4'23,2'3'4} = G_{23,2'3'} G_{4'4} + G_{s4} G_{23,\beta\gamma} \Gamma_{s'\beta\gamma,\beta'\gamma's}^{(pp)} G_{\beta'\gamma',2'3'} G_{4's'} \quad , \quad (2.40)$$

$$L_{4'23,2'3'4} = -R_{4'2,2'4} G_{33'} + (2' \leftrightarrow 3') \\ + 4 G_{3\gamma} R_{s2,\beta4} \Gamma_{s'\beta\gamma,\beta'\gamma's}^{(ph)} R_{4'\beta',2's'} G_{\gamma'3} \quad , \quad (2.41)$$

wobei

$$\Gamma_{4'23,2'3'4}^{(i)} = \frac{1}{4} \{ K_{4'23,2'3'4}^{(i)} - (2' \leftrightarrow 3') \} \\ + V_{23,4\alpha} G_{\alpha\alpha'} V_{4'\alpha',2'3'} - \frac{i}{2} V_{23,4\alpha} L_{s'\alpha,\beta'\gamma'} K_{4'\beta'\gamma',2'3's'}^{(i)} \\ - \frac{i}{2} K_{s23,\beta\gamma4}^{(i)} L_{\beta\gamma,s\alpha'} V_{4'\alpha',2'3'} + \frac{1}{4} K_{s23,\beta\gamma4}^{(i)} L_{s'\beta\gamma,\beta'\gamma's} K_{4'\beta'\gamma',2'3's'}^{(i)} \quad (i = pp, ph). \quad (2.42)$$

Wenn man das Projektionsverfahren aus Abschnitt 2.3 unter Benutzung der durch (2.19) und (2.18) definierten Zeitordnungen auf die Gleichungen (2.40) und (2.41) anwendet, lassen sich aus den Summen bestimmte gebundene A-2- und A-Nukleonen-Eigenzustände herausprojizieren. Wenn man von den letzteren den Grundzustand $|0\rangle$ ausnimmt, der in der p-h-Antwortfunktion $R^{(2)}$

nicht vorkommt, gibt es keine Beiträge der die Differenz $G^{(3)}-L^{(3)}$ darstellenden Produkte, und man bekommt für die Zweipunktfunktionen zwischen Zuständen mit nicht - verschwindenden $2p$ - bzw. p -h-Amplituden

$$G_{11'}^{S_A-2, S_A-2} = G_{11'} \delta_{S_A-2, S_A-2} + G_{1\delta'} F_{\beta'\delta'}^{S_A-2 0} \Gamma_{\delta'\beta\delta', \beta'\delta'\delta}^{(pp)} F_{\delta\beta}^{0 S_A-2} G_{\delta 1'} \quad (2.43)$$

$$G_{11'}^{S_A', S_A} = G_{11'} \delta_{S_A', S_A} - 4 G_{1\delta'} G_{\delta\beta}^{S_A' 0} \Gamma_{\delta'\beta\delta', \beta'\delta'\delta}^{(ph)} G_{\beta'\delta'}^{0 S_A} G_{\delta' 1'} \quad (2.44)$$

$(|S_A'\rangle, |S_A\rangle \neq |0\rangle)$.

Die Γ -Matrizen sind durch (2.42) gegeben, und die Funktionen F sind anormale Green-Funktionen, die die in (2.28) definierten ergänzen

$$F_{12}^{0 S_A-2} = \frac{1}{i} \langle 0 | T \psi_1^\dagger(t_1) \psi_2^\dagger(t_2) | S_{A-2} \rangle \quad (2.45)$$

$$F_{12}^{S_A-2 0} = \frac{1}{i} \langle S_{A-2} | T \psi_1(t_1) \psi_2(t_2) | 0 \rangle$$

Die Zerlegung (2.41) ist von keinem Nutzen zur Bestimmung einer Zweipunktfunktion, die die inelastische Streuung am A-Nukleonen-Grundzustand $|0\rangle$ beschreibt. Bei der Herausprojektion dieses Zustands liefert statt der übrigen Terme die Differenz $G^{(3)}-L^{(3)}$ einen Beitrag, und man erhält nur eine Identität. Stattdessen hat man in diesem Fall von der Vierpunktfunktion in der Zeitordnung (2.17) auszugehen. Über die Bewegungsgleichung (2.32) läßt sich dann die zur Beschreibung des $2p$ - $1h$ -Problems notwendige Sechspunktfunktion ankoppeln und von dieser wiederum eine den angeregten Endzustand enthaltende Vierpunktfunktion mit Hilfe eines nicht-diagonalen Terms der allgemeinen Zerlegung (2.38) abspalten

$$L_{23,41'} = -2i R_{\delta'2, \beta'4} G_{3\delta'} \Gamma_{\beta'Y', \delta'2}^{(ph)} G_{\alpha 1'}^{HF} \quad (2.46)$$

wobei

$$\Gamma_{23,41'}^{(ph)} = V_{23,41'} - i V_{23,4\alpha'} L_{s\alpha',\beta\gamma} V_{\beta\gamma,s1'} + \frac{1}{2} K_{s'23,\beta'\gamma',4}^{(ph)} L_{s\beta'\gamma',\beta\gamma s'} V_{\beta\gamma,s1'} . \quad (2.47)$$

Bei der Herausprojektion eines bestimmten angeregten Zustands trägt die Differenz $G^{(2)} - L^{(2)}$ nichts bei, und man bekommt

$$G_{11'}^{s_A 0} = -2i G_{1\gamma'} G_{s'\beta'}^{s_A 0} \Gamma_{\beta'\gamma',s'\alpha'}^{(ph)} G_{\alpha 1'}^{HF} \quad (|s_A \rangle \neq |b \rangle) . \quad (2.48)$$

Auf den ersten Blick scheint in (2.48) die Funktion $G^{s_A 0}$ durch sich selbst erklärt zu werden. Wenn jedoch, wie vom nächsten Kapitel an, praktikable Näherungen für die effektiven Wechselwirkungen benutzt werden, reduziert sich diese Greensche Funktion auf der rechten Seite von Gleichung (2.48) sowie in (2.44) auf eine gewöhnliche p-h-Amplitude. Ähnlich gehen bei entsprechenden Näherungen die Funktionen F in (2.27) und (2.43) in 2p-Amplituden über.

Schließlich läßt sich auch die normale Greensche Funktion für die elastische Streuung an magischen Kernen durch die Sechspunktfunktion ausdrücken. Durch Auswertung des zweifach indizierten Anteils der Blockmatrizen (2.38) und (2.39) oder einfacher durch Einsetzen der ersten der Bewegungsgleichungen (2.31) und (2.32) in eine zur zweiten adjungierte erhält man

$$G_{11'}^{00} = G_{11'} = G_{11'}^{HF} + G_{1\alpha'}^{HF} \Gamma_{\alpha\alpha'} G_{\alpha 1'}^{HF} , \quad (2.49)$$

$$\Gamma_{11'} = V_{s1,\beta\gamma} L_{s'\beta\gamma,\beta'\gamma'} V_{\beta'\gamma',s'1'} . \quad (2.50)$$

2.6 Exakte Identitäten für T-Matrizen

Wenn man die in den Abschnitten 2.3 und 2.5 erhaltenen Zweipunktfunktionen in die LSZ-Formel (2.12) einsetzt, erhält man exakte explizite Ausdrücke für die T-Matrizen der verschiedenen Nukleonenstreu Probleme. Die Produkte einer normalen Einteilchen-Green-Funktion und des inversen Propagators für ein freies Teilchen, die dann in einem Grenzübergang vorkommen, können mit Hilfe von (2.11) und (2.13) umgeschrieben werden als⁶²⁾

$$\begin{aligned}\Omega_{1k}^{(+)} &= \lim_{\epsilon \rightarrow \epsilon_k} G_{1\alpha}(\epsilon) \{G_{\alpha k}^0(\epsilon)\}^{-1} \\ &= (1|k) + \left(\epsilon_k - \frac{p^2}{2m} - M(\epsilon_k) + i0 \right)_{1\alpha}^{-1} M_{\alpha k}(\epsilon_k), \\ \Omega_{k1}^{(-)\dagger} &= \lim_{\epsilon \rightarrow \epsilon_k} \{G_{\alpha k}^0(\epsilon)\}^{-1} G_{\alpha 1}(\epsilon) \\ &= (k|1) + M_{k\alpha}(\epsilon_k) \left(\epsilon_k - \frac{p^2}{2m} - M(\epsilon_k) + i0 \right)_{\alpha 1}^{-1},\end{aligned}\tag{2.51}$$

wobei auf der linken Seite der zweiten Gleichung eine hermiteschkonjugierte Matrix steht. Insbesondere durch Vergleich mit der Potentialstreuung verifiziert man die so definierten Größen als Moeller-Operatoren, die aus dem Einteilchenzustand $|k\rangle$ einer ebenen Welle die aus- und einlaufenden Streuzustände $|k^{(\pm)}\rangle$ des optischen Potentials $M(\epsilon)$ erzeugen

$$\Omega_{1g}^{(\pm)}(g|k) = (1|k^{(\pm)}) \tag{2.52}$$

Die Gleichungen (2.52) stellen nichts anderes dar als die formale Auflösung der Lippmann-Schwinger-Gleichung^{74,80)}

$$(1|k^{(\pm)}) = (1|k) + \left(\epsilon_k - \frac{p^2}{2m} + i0 \right)_{1\alpha}^{-1} M_{\alpha\beta}(\epsilon_k) (\beta|k^{(\pm)}) \tag{2.53}$$

sowie einer analogen Gleichung für $|k^{(-)}\rangle$, in der $i0$ und $M_{\alpha\beta}$ durch $-i0$ und $M_{\alpha\beta}^\dagger$ ersetzt sind, die der im Anhang A aus der

Dyson-Gleichung (2.13) hergeleiteten effektiven Schrödinger-Gleichung bzw. einer adjungierten Gleichung entsprechen und diese Gleichungen durch die Festlegung der Randbedingungen spezifizieren.

Mit Einführung der weiteren Abkürzung

$$[A_{ij}](\epsilon_{k'}, \epsilon_k) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_i dt_j e^{i(\epsilon_{k'} t_i - \epsilon_k t_j)} [A_{ij}](t_i, t_j) \quad (2.54)$$

bekommt man mit Hilfe von (2.27) und (2.43) die T-Matrizen für die Nukleonenstreuung an 2p- und 2h-Kernen, die ähnliche Ausdrücke von Emrich ((2.10) und (2.14) in Ref.⁶²) für 1p- und 1h-Kerne ergänzen

$$2\pi \delta(E_{S'_{A+2}} + \epsilon_{k'} - E_{S_{A+2}} - \epsilon_k) T_{k'k}^{S'_{A+2}, S_{A+2}} = 2\pi \delta(\epsilon_{k'} - \epsilon_k) \delta_{S'_{A+2}, S_{A+2}} T_{k'k} \\ + \int_{ij} \Omega_{k'i}^{(-)\dagger} [F_{\beta\alpha}^{S'_{A+2}0} \hat{\Gamma}_{\alpha\beta i, \alpha'\beta'j}^{(PP)} F_{\alpha'\beta'}^{0 S_{A+2}}](\epsilon_{k'}, \epsilon_k) \Omega_{jk}^{(t)} \quad , \quad (2.55)$$

$$2\pi \delta(E_{S'_{A-2}} + \epsilon_{k'} - E_{S_{A-2}} - \epsilon_k) T_{k'k}^{S'_{A-2}, S_{A-2}} = 2\pi \delta(\epsilon_{k'} - \epsilon_k) \delta_{S'_{A-2}, S_{A-2}} T_{k'k} \\ + \int_{ij} \Omega_{k'i}^{(-)\dagger} [F_{\beta\gamma'}^{S'_{A-2}0} \hat{\Gamma}_{i\beta\gamma', \beta'\gamma'j}^{(PP)} F_{\gamma'\beta}^{0 S_{A-2}}](\epsilon_{k'}, \epsilon_k) \Omega_{jk}^{(t)} \quad ; \quad (2.56)$$

für die $\hat{\Gamma}$ -Matrizen sind die Formeln (2.24) und (2.42) einzusetzen. Wie in Ref.⁶² stellt die Matrix $T_{k'k}$, die durch (2.15) gegeben ist, einen Term dar, der die Streuung im optischen Potential beschreibt und nur zu elastischen Streuprozessen beiträgt.

Die Amplituden, die elastischer und inelastischer Streuung am magischen A-Nukleonen-Kern entsprechen, lassen sich bei Benutzung von (2.49) und (2.48) als

$$2\pi \delta(\epsilon_{k'} - \epsilon_k) T_{k'k}^{00} = 2\pi \delta(\epsilon_{k'} - \epsilon_k) T_{k'k}^{HF} + \int_{ij} \Omega_{k'i}^{HF(\leftarrow)\dagger} \Gamma_{ij}(\epsilon_{k'}, \epsilon_k) \Omega_{jk}^{HF(\leftarrow)} , \quad (2.57)$$

$$2\pi \delta(E_{s_A} + \epsilon_{k'} - E_0 - \epsilon_k) T_{k'k}^{s_A 0} = -2i \int_{ij} \Omega_{k'i}^{(\leftarrow)\dagger} [G_{s/\beta'}^{s_A 0} \Gamma_{\beta'i, \delta'j}^{(ph)}] (\epsilon_{k'}, \epsilon_k) \Omega_{jk}^{HF(\leftarrow)} (|s_A \rangle \neq |0 \rangle) \quad (2.58)$$

schreiben, wobei die Γ -Matrizen durch (2.50) und (2.47) erklärt sind. Soweit in den Formeln (2.57) und (2.58) der dem Grundzustand $|0\rangle$ des Targetkerns entsprechende elastische Kanal betroffen ist, beziehen sich die Moeller-Operatoren und der Potentialterm auf das hermitesche statische Potential M^{HF}

$$\Omega_{1k}^{HF(\leftarrow)} = \lim_{\epsilon \rightarrow \epsilon_k} G_{1\alpha}^{HF}(\epsilon) \{G_{\alpha k}^0(\epsilon)\}^{-1} , \quad (2.59)$$

$$T_{k'k}^{HF} = M_{k'k}^{HF} + M_{k'\alpha}^{HF} G_{\alpha\beta}^{HF}(\epsilon_k) M_{\beta k}^{HF} . \quad (2.60)$$

Diese Sonderstellung des elastischen Kanals ist natürlich durch diejenige bedingt, die der A-Nukleonen-Grundzustand in der Methode der Greenschen Funktionen einnimmt.

3. Die Zwei-Zeiten-Näherung für effektive Wechselwirkungen

3.1 Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichungen

Im vorigen Abschnitt wurde die Bestimmung von T-Matrizen für die Nukleonenstreuung im wesentlichen auf die Berechnung von Green-Funktionen aus effektiven Wechselwirkungen mit Hilfe von Bethe-Salpeter-Gleichungen zurückgeführt. Diese Integralgleichungen lassen sich sehr vereinfachen, wenn die Wechselwirkungen so approximiert werden, daß die Zeitvariablen der wechselwirkenden Teilchen und Löcher auf beiden Seiten ihrer Matrixelemente denselben Wert annehmen, wenn also die Zeitanteile in jedem der beiden auf Grund der Struktur einer Gleichung zusammengehörenden n-tupel von Indices wie etwa die der gestrichenen und ungestrichenen Indices der K-Matrix in (2.33) gleich sind. Solche effektiven Wechselwirkungen, die die Retardierungseffekte des Vielkörperproblems auf eine Zeitdifferenz zwischen den beiden durch sie verbundenen Zustandsvektoren einschränken, hängen nach einer Fourier-Transformation nur von einer Energievariablen ab, die der Gesamtenergie in den Feshbachschen Gleichungen¹⁴⁾ entspricht. Sie lassen sich also als die einfachsten Verallgemeinerungen von statischen Wechselwirkungen auffassen, die die Struktur von Modellraum-Wechselwirkungen für projizierte Schrödinger-Gleichungen haben.

Eine Zwei-Zeiten-Näherung für die effektive 2p-1h-Wechselwirkung in Gleichung (2.33a), die wir vor allem studieren, hat die allgemeine Form

$$K_{4'23,2'3'4}(t_4', t_2, t_3, t_2', t_3', t_4) \\ = K_{4'23,2'3'4}(t_2 - t_2') \delta(t_2 - t_3) \delta(t_2 - t_4) \delta(t_2' - t_3') \delta(t_2' - t_4') . \quad (3.1)$$

Einzelheiten der Größe $K(t-t')$ werden später untersucht. Wenn man nach Einsetzen von (3.1) in (2.33a) zu den Fourier-transformierten Größen übergeht, wobei aus der durch (3.1) definierten Matrix

$$K_{4'23,2'3'4}(e) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} K_{4'23,2'3'4}(t-t') \quad (3.2)$$

wird, enthält Gleichung (2.33a) keine Zeit- oder Energie-Integrationen mehr.

Als weitere Näherung benutzen wir in dieser Gleichung und den anderen Integralgleichungen die Migdalsche Quasiteilchen-Näherung^{30,31,35)} für die intermediären⁺ Einteilchen-Green-Funktionen $G^{(1)}$. Diese Näherung, deren Notwendigkeit im Verlauf des Abschnitts und in Anhang C erläutert wird, berücksichtigt von den in $G^{(1)}$ etwa nach der Spektraldarstellung (A.19) vorkommenden Eigenzuständen $|t_{A\pm 1}\rangle$ der $A\pm 1$ -Nukleonen-Systeme nur die näherungsweise Einteilchenzustände $|t_{A\pm 1}^{(1)}\rangle$, deren Einteilchenstärke für eine Einteilchen-Quantenzahl 1 über die der anderen dominiert; statt einer Summe hat dann die Zweipunktfunktion in der Zeitdarstellung die einfache Form

$$G_{11'}^{ap}(t-t') = -i \delta_{11'} z_1 \exp\{-ie_1(t-t')\} \{(1-n_1)\theta(t-t') - n_1\theta(t'-t)\},$$

$$z_1 = |\langle t_{A\pm 1}^{(1)} | \psi^{(t)} | 0 \rangle|^2, \quad e_1 = \pm (E_{t_{A\pm 1}^{(1)}} - E_0). \quad (3.3)$$

Dabei haben die reellen Größen e_1 die Bedeutung von Einteilchen-energien, für die experimentelle Daten der $A\pm 1$ -Nukleonen-Spektren eingesetzt werden können, $n_1 = 0$ oder 1 sind Besetzungszahlen, die Teilchen und Löcher unterscheiden, und die positiven Größen $z_1 < 1$ sind Einteilchenstärken oder spektroskopische Faktoren, die sich, in Verallgemeinerung des reinen Schalenmodells, durch den Einfluß der komplizierteren Anregungen von eins unterscheiden. Für kontinuierliche Zustände wird im vierten Kapitel die Näherung (3.3) durch (4.42) modifiziert.

Die Quasiteilchen-Näherung schränkt zwar den Anwendungsbereich des Modells auf Kerne mit näherungsweise definierter Einteilchenbewegung ein; andererseits erlaubt sie es eigentlich erst, die durch die Bethe-Salpeter-Gleichungen beschriebenen dynamischen Probleme als 2p-1h-Probleme und ähnliche zu be-

⁺) Der Gebrauch dieser Bezeichnung für eine Greensche Funktion, die in dem aufzusummierenden Born-Term einer Bethe-Salpeter-Gleichung vorkommt, ist von ihrer Bedeutung in der Streutheorie zu unterscheiden.

zeichnen; diese Namen beziehen sich dann auf von ihrer Polarisationswolke³⁰⁾ umgebene Quasiteilchen.

Die Vereinfachung der Gleichungen wie (2.33a) wird durch das Migdalsche Renormierungsverfahren^{31,35)} abgeschlossen, das in zwei Schritten durchgeführt wird. Zunächst lassen sich nach Partialsummationen die Gleichungen mit Hilfe von modifizierten Wechselwirkungen umschreiben, die nur noch in einem durch Abschneiden der Einteilchen-Quantenzahlen beschränkten Teil des Hilbert-Raums wirken; dieser Modellraum muß natürlich noch den Teil des Kontinuums enthalten, der durch die Theorie beschrieben werden soll. Während solche Partialsummationen über die abgeschnittenen Teile des Indexbereichs für die effektiven Wechselwirkungen K nur Neudefinitionen von in der Praxis parametrisierten Größen $\bar{K}$ bedeuten, wird dadurch die singuläre freie Wechselwirkung V in eine endliche Wechselwirkung T^{Br} von der Form der Bruecknerschen G-Matrix umgewandelt, wie in Teil D des Anhangs gezeigt wird

$$K_{4'23, 2'3'4} (e) \rightarrow \bar{K}_{4'23, 2'3'4} (e) \quad , \quad (3.4a, b)$$

$$V_{23, 44'} \rightarrow T_{23, 44'}^{Br} .$$

Dabei ist V auch in dem verallgemeinerten Hartree-Fock-Potential M^{HF} (A.10) gemäß (3.4b) zu ersetzen.

Durch geeignete algebraische Operationen werden dann zur Symmetrisierung der Gleichungen die spektroskopischen Faktoren aus den intermediären Green-Funktionen entfernt und von den Wechselwirkungen absorbiert, die die endgültige Form

$$\begin{pmatrix} 0 & \tilde{V}_{1, 4'3'2'} \\ \tilde{V}_{234, 1'} & \tilde{K}_{4'23, 2'3'4} (e) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (2Z_2 Z_3 Z_4)^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & T_{4'1, 2'3'}^{Br} \\ T_{23, 44'}^{Br} & \frac{1}{2} \bar{K}_{4'23, 2'3'4} (e) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (2Z_2 Z_3 Z_4)^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

erhalten. Die renormierten intermediären Green-Funktionen ergeben nach einer Fourier-Transformation die Ausdrücke

$$\begin{aligned} G_{11'}^{HF}(e) &= \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} G_{11'}^{HF}(t-t') \\ &= \delta_{11'} \left(\frac{1-n_1}{e - e_1^{HF} + i0} + \frac{n_1}{e + e_1^{HF} - i0} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

und

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{\circ}(e) &= (z_2 z_3 z_4)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} G_{22'}^{QP}(t-t') G_{33'}^{QP}(t-t') G_{4'4}^{QP}(t-t') \\ &= \delta_{22'} \delta_{33'} \delta_{4'4} \left(\frac{(1-n_2)(1-n_3)n_4}{e - e_2 - e_3 + e_4 + i0} + \frac{n_2 n_3 (1-n_4)}{e - e_2 - e_3 + e_4 - i0} \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Gleichung (3.6) gilt unter der Voraussetzung, daß die Gleichungen in der Einteilchenbasis (A.24) dargestellt werden, die den Hartree-Fock-Hamilton-Operator diagonalisiert.

Mit allen Näherungen und Renormierungen dieses Abschnitts reduziert sich die Bethe-Salpeter-Gleichung (2.33a) schließlich auf

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} G_{11'}(e) & \tilde{L}_{1,4'3'2'}(e) \\ \tilde{L}_{234,1'}(e) & \tilde{L}_{4'23,2'3'4}(e) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} G_{11'}^{HF}(e) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \{ \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{\circ}(e) - (2'4 \leftrightarrow 3') \} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} G_{1\alpha}^{HF}(e) & 0 \\ 0 & \tilde{G}_{\delta 23, \beta \gamma 4}(e) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \tilde{V}_{\alpha, \delta' \gamma' \beta'} \\ \tilde{V}_{\beta \gamma \delta, \alpha'} & \tilde{K}_{\delta' \beta \delta, \beta' \gamma' \delta}(e) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\alpha' 1'}(e) & \tilde{L}_{\alpha', 4'3'2'}(e) \\ \tilde{L}_{\beta' \gamma' \delta', 1'}(e) & \tilde{L}_{4' \beta' \gamma', 2'3' \delta'}(e) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die Lösung dieser Gleichung hat die folgende einfache Spektralzerlegung, die eine Erweiterung von (A.19), der Spektralzerlegung der Lösung der Dyson-Gleichung darstellt

$$\begin{pmatrix} G_{11'}(e) & \tilde{L}_{1,4'3'2'}(e) \\ \tilde{L}_{234,1'}(e) & \tilde{L}_{4'23,2'3'4}(e) \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} \cdot \lim_{\substack{t_1, t_2, t_3, t_4 \rightarrow t \\ t_{1'}, t_{2'}, t_{3'}, t_{4'} \rightarrow t'}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (2z_2 z_3 z_4)^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{11'} & -iL_{4'1,2'3'} \\ -iL_{23,4'1'} & L_{4'23,2'3'4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (2z_2 z_3 z_4)^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \\ = \oint_{t_{A \pm 1}} \frac{1}{e - e_{t_{A \pm 1}} \pm i0} \begin{pmatrix} a_1^t a_{1'}^{t*} & a_1^t \tilde{b}_{2'3'4'}^{t*} \\ \tilde{b}_{234}^t a_{1'}^{t*} & \tilde{b}_{234}^t \tilde{b}_{2'3'4'}^{t*} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Der die Größen (3.9) definierende Grenzprozess ist unabhängig von der Zeitordnung der Green-Funktionen. Die Summe auf der rechten Seite läuft über Bindungs- und Streuzustände der $A \pm 1$ - Nukleonen-Systeme; deren $1p$ - und $2p-1h$ - Amplituden bezüglich des A -Nukleonen-Grundzustands sowie die relativen Energieeigenwerte sind definiert durch

$$\begin{aligned} a_1^{t_{A+1}} &= \langle 0 | \psi_1 | t_{A+1} \rangle, \\ \tilde{b}_{234}^{t_{A+1}} &= (2z_2 z_3 z_4)^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | (\psi_4^\dagger \psi_2 \psi_3 - \psi_3 \langle 0 | \psi_4^\dagger \psi_2 | 0 \rangle + \psi_2 \langle 0 | \psi_4^\dagger \psi_3 | 0 \rangle) | t_{A+1} \rangle, \\ a_1^{t_{A-1}}, \tilde{b}_{234}^{t_{A-1}} &= (\langle 0 | \dots | t_{A+1} \rangle \rightarrow \langle t_{A-1} | \dots | 0 \rangle), \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$e_{t_{A \pm 1}} = \pm (E_{t_{A \pm 1}} - E_0).$$

Die Bestimmung einer Zwei-Zeiten-Näherung für den 2p-1h-irreduziblen Vertex, die für die Größe K auf der rechten Seite von (3.1) und in (3.8) einzusetzen ist, wird durch die in dem Vertex nach (2.34) als wichtigste Bestandteile vorkommenden Zweikörperkräfte, die effektiven p-h und 2p-Wechselwirkungen, kompliziert. Eine entsprechende Näherung dieser Größen, die unmittelbar zu den reduzierten Formen (C.5) und (C.6) der Bethe-Salpeter-Gleichungen (B.1) und (B.3) für die Vierpunktfunktion führt, hat die allgemeine Form

$$K_{4'2,2'4}^{ph}(t_{4'}, t_2, t_{2'}, t_4) = K_{4'2,2'4}^{ph}(t_2 - t_{2'}) \delta(t_2 - t_4) \delta(t_{2'} - t_{4'}), \quad (3.11a)$$

$$K_{23,2'3'}^{pp}(t_2, t_3, t_{2'}, t_{3'}) = K_{23,2'3'}^{pp}(t_2 - t_{2'}) \delta(t_2 - t_3) \delta(t_{2'} - t_{3'}), \quad (3.11b)$$

wobei die Größen K^{ph} und K^{pp} auf der rechten Seite parametrisiert werden können, wie es vor allem Migdal mit der Annahme statischer Wechselwirkungen getan hat. Von derselben Näherung (3.11) ist aber auch bei der Reduktion der Integralgleichung (2.33a) auszugehen; wegen der zeitabhängigen Faktoren G^{-1} in (2.34) ist es dann eine nicht-triviale Aufgabe, die Gleichung auf die Form (3.8) zu bringen und dadurch a posteriori eine Näherung für K in den Ansätzen (3.1) und (3.2) zu erhalten, die diese Form reproduziert. Das Problem wird im Anhang C gelöst, wobei sich die Migdalsche Quasiteilchen-Näherung als wesentliche Bedingung dafür erweist, daß eine Reduktion von Gleichung (2.33a) auf die Form (3.8) möglich wird.

Während im Anhang auch die allgemeinste Lösung des 2p-1h-Problems bei Verwendung von (3.11) untersucht wird, erhält man in der Migdalschen Näherung als effektive Wechselwirkung zwischen Quasiteilchen für die durch (3.2) definierte und nach (3.5) renormierte Matrix den Ausdruck

$$\tilde{K}_{4'23,2'3'4}(e) = (n_{234}^{2p1h} n_{2'3'4'}^{2p1h} - n_{234}^{2h1p} n_{2'3'4'}^{2h1p}) \cdot \{ \tilde{K}_{23,2'3'}^{pp}(e+e_4) \delta_{44'} + \tilde{K}_{4'2,2'4}^{ph}(e-e_3) \delta_{33'} + \tilde{K}_{4'3,3'4}^{ph}(e-e_2) \delta_{22'} \} +$$

$$+ (n_{234}^{2p1h} + n_{234}^{2h1p})(n_{2'3'4'}^{2p1h} + n_{2'3'4'}^{2h1p}) \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{pph}(e) \quad (3.12)$$

Die Fourier-Transformierten der Wechselwirkungen (3.11) und der entsprechenden zwei-zeitigen Näherung für K^{pph} sind durch

$$K^i(e) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} K^i(t-t') \quad , \\ (i = pp, ph, pph) \quad (3.13)$$

die entsprechenden renormierten Größen durch

$$\tilde{K}_{12,1'2'}^i(e) = (z_1 z_2 z_{1'} z_{2'})^{\frac{1}{2}} K_{12,1'2'}^i(e) \quad (i = pp, ph) \quad (3.14)$$

sowie eine zu (3.2) analoge Beziehung für $\tilde{K}^{pph}$ definiert; die Faktoren vor den Wechselwirkungen in (3.12) sind Abkürzungen für die folgenden Kombinationen von Besetzungszahlen

$$n_{234}^{2p1h} = (1-n_2)(1-n_3)n_4 \quad , \quad n_{234}^{2h1p} = n_2 n_3 (1-n_4) \quad (3.15)$$

Aus dem durch Rechnung in der Energiedarstellung erhaltenen Ausdruck (3.12) läßt sich durch Fourier-Transformation leicht eine der Näherung (3.1) entsprechende zeitabhängige Größe gewinnen.

Wenn man in (3.12) jeweils den Term subtrahiert, dessen Analogon in den durch (2.35) und (2.36) definierten Wechselwirkungen der Integralgleichungen (2.33b) und (2.33c) gegenüber (2.34) fehlt, erhält man Zwei-Zeiten-Näherungen für diese Wechselwirkungen

$$\tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(pp)}(e) = \tilde{K}_{4'23,2'3'4}(e) - (n_{234}^{2p1h} n_{2'3'4'}^{2p1h} - n_{234}^{2h1p} n_{2'3'4'}^{2h1p}) \tilde{K}_{23,2'3'}^{pp}(e+e_4) \delta_{44'} \quad (3.16)$$

$$\tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph)}(e) = \tilde{K}_{4'23,2'3'4}(e) - (n_{234}^{2p1h} n_{2'3'4'}^{2p1h} - n_{234}^{2h1p} n_{2'3'4'}^{2h1p}) \tilde{K}_{4'2,2'4}^{ph}(e-e_3) \delta_{33'} \quad (3.17)$$

die für die Formeln für die T-Matrizen von Interesse sind. Die Benutzung von (3.17) bei der Lösung des 2p-1h-Problems wird in Kapitel 4.2 diskutiert.

Mit ähnlichen Methoden wie die, die zu (3.8), (3.12), (3.16) und (3.17) führen, lassen sich Zwei-Zeiten-Näherungen für effektive 3p-Wechselwirkungen ableiten; eine aus (B.6) folgende zu (3.8) analoge symmetrische Matrixgleichung für das 3p-Problem ist durch (C.33) gegeben. Aus ihrer Wechselwirkung (C.36) erhält man, bei Beschränkung auf 3p-Kombinationen der Einteilchen-Quantenzahlen, als renormierte Zwei-Zeiten-Näherung für (2.22)

$$\begin{aligned} \tilde{K}_{123,1'2'3'}^{(PP)}(e) &= (1-u_1)(1-u_2)(1-u_3)(1-u_{1'}) (1-u_{2'}) (1-u_{3'}) \\ &\cdot \left\{ \tilde{K}_{23,2'3'}^{PP}(e-e_1) \delta_{11'} + \tilde{K}_{13,1'3'}^{PP}(e-e_2) \delta_{22'} + \tilde{K}_{123,1'2'3'}^{PPP}(e) \right\} ; \end{aligned} \quad (3.18)$$

renormierte 3p-Amplituden, die aus (3.18) oder (C.36) zu berechnen sind, werden durch

$$\tilde{C}_{321}^{t_{A+3}} = (6 z_1 z_2 z_3)^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | \psi_1 \psi_2 \psi_3 | t_{A+3} \rangle \quad (3.19)$$

definiert.

3.2 Die allgemeine Struktur der T-Matrizen

Die reduzierten Bethe-Salpeter-Gleichungen wie (3.8) werden in den nächsten beiden Kapiteln mit einer der Problematik der Streutheorie angemessenen Methode gelöst, die zwischen diskret- und kontinuierlich-indizierten Matrizen unterscheidet. In Kapitel 5 werden die T-Matrizen durch für dieses Verfahren charakteristische Zerlegungen der Greenschen Funktionen ausgedrückt. Wichtige allgemeine Eigenschaften dieser Größen sind jedoch einfacher zu diskutieren, wenn man unmittelbar in deren exakten Formeln (2.54)-(2.58) zu den Zwei-Zeiten-Näherungen

(3.16)-(3.18) der effektiven Wechselwirkungen übergeht.

Eine solche Näherung führt insbesondere die anormalen Zweipunktfunktionen, die Anfangs- und Endzustände des Targetkerns mit den T-Matrizen verbinden, auf p-h und 2p-Amplituden zurück, die durch

$$\tilde{\mathcal{P}}_{24}^{0s_A} = \tilde{\mathcal{P}}_{42}^{s_A 0 *} = (z_2 z_4)^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | \psi_4^\dagger \psi_2 | s_A \rangle, \quad (3.20)$$

$$\tilde{\chi}_{12}^{s_{A-2}} = (2 z_1 z_2)^{-\frac{1}{2}} \langle s_{A-2} | \psi_2 \psi_1 | 0 \rangle, \quad (3.21)$$

$$\tilde{\chi}_{12}^{s_{A+2}} = (2 z_1 z_2)^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | \psi_2 \psi_1 | s_{A+2} \rangle \quad (3.22)$$

definiert sind und sich aus renormierten Versionen der Gleichungen (C.1) und (C.2) und den durch (3.11), (3.13) und (3.14) bestimmten effektiven Wechselwirkungen berechnen lassen.

Für die Reaktionsamplituden der elastischen und inelastischen Nukleonenstreuung an magischen Kernen mit A Nukleonen erhält man, indem man die entsprechenden Zeiten in der effektiven Wechselwirkung von (2.47) gleichsetzt und als Fourier-Transformierte (3.17) benutzt,

$$T_{k'k}^{00} = T_{k'k}^{HF} + \iint_{t_{A+1}} \frac{\pi_{k'0,t_{A+1}} \pi_{t_{A+1},k0}}{E_k - \omega_{t_{A+1}} + i0} + \iint_{t_{A-1}} \frac{\pi_{k'0,t_{A-1}} \pi_{t_{A-1},k0}}{E_k + \omega_{t_{A-1}} - i0}, \quad (3.23)$$

$$T_{k'k}^{s_A 0} = T_{k'k}^{s_A 0(B)} + \iint_{t_{A+1}} \frac{\pi_{k's_A,t_{A+1}} \pi_{t_{A+1},k0}}{E - \omega_{t_{A+1}} + i0} + \iint_{t_{A-1}} \frac{\pi_{k's_A,t_{A-1}} \pi_{t_{A-1},k0}}{E + \omega_{t_{A-1}} - i0} \quad (3.24)$$

$$(|s_A\rangle \neq |0\rangle), \quad E = E_k = E_{k'} + \omega_{s_A} \quad ,$$

mit den Definitionen

$$T_{k'k}^{S_A 0 (B)} = \sqrt{2} \tilde{S}_{\beta\delta}^{0 S_A *} \tilde{V}_{\beta k'(\pm)\delta, k_{HF}^{(\pm)}} \quad , \quad (3.25)$$

$$\pi_{k_0, t_{A\pm 1}} = \tilde{V}_{k_{HF}^{(\pm)}, \delta\gamma\beta} \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A\pm 1}} \quad , \quad \pi_{t_{A\pm 1}, k_0} = \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A\pm 1} *} \tilde{V}_{\beta\gamma\delta, k_{HF}^{(\pm)}} \quad , \quad (3.26)$$

$$\pi_{k'S_A, t_{A\pm 1}} = \sqrt{2} \tilde{S}_{\beta'\delta'}^{0 S_A *} (\tilde{V}_{\beta'k'(\pm)\delta', \alpha} \alpha_{\alpha}^{t_{A\pm 1}} + \tilde{K}_{\delta\beta'k'(\pm), \beta\gamma\delta'}^{(ph)}(\epsilon_{k'}, +\omega_{S_A}) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A\pm 1}}) \\ (|S_A\rangle \neq |0\rangle) \quad . \quad (3.27)$$

Der erste Term der T-Matrix für die inelastische Streuung ist ihre Bornsche Näherung, die einen Übergang vom Anfangs- zum Endzustand durch eine einmalige Wechselwirkung beschreibt. Dieser Term entspricht dem Born-Term⁷³⁾ des Potentialanteils T^{HF} der T-Matrix des elastischen Prozesses, d.h. dem ersten Term M^{HF} der Zerlegung (2.60), dessen explizite Darstellung in (A.15) vorkommt. In dem Ausdruck (3.25) ist die im Hartree-Fock-Potential enthaltene Dichtematrix des Grundzustands zu einer nicht-diagonalen Größe (3.20) verallgemeinert.

Im Gegensatz zum Potentialterm der elastischen Streuung kommen in dem Matrixelement (3.25) die durch (2.52) definierten Streuwellen vor. Während Quantenzahlen von Einteilchen-Bindungszuständen in den Matrixelementen auf eins normierte Wellenfunktionen eines reinen Schalenmodellpotentials für ein unabhängiges Teilchen entsprechen und die Dämpfung der Einteilchenbewegung durch das Vielkörperproblem mit Hilfe zusätzlicher spektroskopischer z-Faktoren berücksichtigt wird, sind die durch $k^{(\pm)}$ abgekürzten Streufunktionen nicht δ -normierte, sondern durch die δ -Normierung der ebenen Wellen in (2.52) bestimmte Lösungen einer effektiven Schrödinger-Gleichung mit einem optischen Potential und enthalten deshalb schon alle Vielkörpereffekte. Einer einheitlichen Schreibweise zuliebe wird die Renormierung

(3.5) auch auf diese Streuzustände ausgedehnt und dabei

$$Z_{k(\pm)} = 1 \quad (3.28)$$

gesetzt.

Unter den Spektraltermen der T-Matrizen (3.23) und (3.24) beschreibt jeweils der zweite Term Streuprozesse, in deren Verlauf gestreutes Teilchen und A-Nukleonen-Targetkern einen Eigenzustand des A+1-Nukleonen-Systems bilden. Ähnlich wie in Gleichung (3.25) erzeugt das einlaufende Nukleon virtuell ein p-h-Boson ("Phonon") durch eine erste Wechselwirkung. Nach Wechselwirkung mit diesem in allen Ordnungen einer effektiven p-h-Boson-Fermion-Kraft, die zusammen mit allen möglichen virtuellen Vernichtungen und Reproduktionen des Phonons zu einer die A+1-Nukleonzustände enthaltenden Green-Funktion aufsummiert werden, läßt das Nukleon den Kern schließlich entweder im Vakuumzustand oder mit einem physikalischen p-h-Boson zurück.

Während die echten Bindungszustände des A+1-Nukleonen-Systems natürlich in Streuprozessen nicht erreicht werden und ihre zugehörigen reellen Pole nur zum Untergrund der Streuamplituden beitragen, gibt es Resonanzenergien im kontinuierlichen Teil des Spektrums, bei denen das gestreute Teilchen im Bereich des Kerns sehr viel länger festgehalten wird, als zum Durchfliegen einer dem Kerndurchmesser entsprechenden Strecke nötig wäre. In den Kapiteln 4 und 5 werden die dann gebildeten quasi-stationären Compoundzustände definiert und als komplexe Pole aus den Streuamplituden isoliert; gleichzeitig wird von den Spektraltermen ein nicht-resonanter Anteil abgespalten, der zusammen mit den Born-Termen die schnellen direkten Prozesse beschreibt.

Der dritte Term in (3.23) und (3.24), der für keine Energie Resonanzverhalten zeigt, rührt von dem avancierten Anteil der 2p-1h-Green-Funktion her und läßt sich einem virtuellen Prozeß

zuordnen, bei dem das auslaufende Teilchen herausgestoßen wird, bevor das einlaufende eingefangen ist. Er entspricht dem sogenannten "heavy-particle stripping"-Term in der Dispersions-⁸¹⁾theorie der Kernreaktionen.

Wir ergänzen die Ausdrücke (3.23) und (3.24) noch durch eine ihnen entsprechende Näherung für die Zweipunkt-Funktion zwischen zwei angeregten Zuständen; sie kann wie in einer ähnlichen Theorie von Speth⁷⁸⁺⁾ zur Berechnung von statischen Momenten und Übergangsamplituden für angeregte Zustände der magischen Kerne verwendet werden

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{\beta\beta}^{S_A' S_A}(\epsilon_{\beta'}, \epsilon_{\beta}) &= 2\pi \delta(\epsilon_{\beta'} + \omega_{S_A'} - \epsilon_{\beta} - \omega_{S_A}) \\ &\cdot \left\{ \tilde{G}_{\beta\beta}(\epsilon_{\beta}) \delta_{S_A' S_A} + \tilde{G}_{\beta\beta}(\epsilon_{\beta'}) (K_{\alpha\beta}^{S_A' S_A}(\epsilon) + \iint_{\epsilon_{A\pm 1}} \frac{\pi_{\alpha S_A'}(\epsilon) \pi_{\beta S_A}(\epsilon)}{\epsilon - \omega_{\epsilon_{A\pm 1}} \mp i0}) \tilde{G}_{\beta\beta}(\epsilon_{\beta}) \right\}, \\ (|S_A'\rangle, |S_A'\rangle \neq |0\rangle), \quad \epsilon &= \epsilon_{\beta'} + \omega_{S_A'} = \epsilon_{\beta} + \omega_{S_A}. \quad (3.29) \end{aligned}$$

Dabei ist

$$\tilde{G}_{\beta\beta}^{S_A' S_A} = (Z_{\beta'}, Z_{\beta})^{-\frac{1}{2}} G_{\beta\beta}^{S_A' S_A}, \quad (3.30)$$

^{+) In dieser Theorie wird eine Sechspunktfunktion durch eine mit der Funktionalmethode gewonnene Integralgleichung berechnet, die einen komplizierten inhomogenen Term besitzt, aber nur einen Vertex K^{ph} als effektive Wechselwirkung verwendet.}

und eine entsprechende Renormierung wird für die normale Zweipunkt-Funktion definiert; außerdem werden die Definitionen

$$K_{11A}^{S_A' S_A}(\epsilon) = \tilde{g}_{\beta' 1 S'}^{0 S_A} * (\tilde{K}_{S \beta' 1 A', \beta 1 S'}^{(ph)}(\epsilon) - \{\beta \leftrightarrow 1\}) \tilde{g}_{\beta S}^{0 S_A}, \quad (3.31)$$

$$\pi_{t_{A \pm 1}, 1 S_A}(\epsilon) = \sqrt{2} (\alpha_{\alpha'}^{t_{A \pm 1}} * \tilde{V}_{\alpha', S 1 \beta} + \tilde{b}_{\beta' 1 S'}^{t_{A \pm 1}} * \tilde{K}_{S \beta' 1 A', \beta 1 S'}^{(ph)}(\epsilon)) \tilde{g}_{\beta S}^{0 S_A} \quad (3.32)$$

zusammen mit der Definition einer zu (3.32) adjungierten Amplitude benutzt, in der die Matrixelemente in der Reihenfolge von (3.27) vorkommen.

Auch in der T-Matrix, die Nukleonenstreuung an A-2- und A+2-Kernen beschreibt, bleibt nach Einsetzen von zwei-zeitigen effektiven Wechselwirkungen in (2.56) und (2.55) neben dem Compoundkern-Anteil jeweils ein zweiter von der Green-Funktion herrührender Term mit anderen Polen als den Energieeigenwerten des Compoundsystems übrig. Da seine Pole auch nicht den Eigenzuständen des A-3 (A+1)-Nukleonen-Systems entsprechen, die zwar in der exakten Sechspunktfunktion enthalten sind, aber mit komplizierteren Methoden herauszuprojizieren wären, kann dieser Anteil auch nicht als "heavy-particle stripping"-Term interpretiert werden und bleibt, wie ein analoger Term in den Arbeiten über die Streuung an A±1-Kernen^{58,59)}, im folgenden unberücksichtigt.

Aus (2.56) und (2.55) folgen dann als T-Matrixelemente der inelastischen Nukleonenstreuung an Zwei-Loch- und Zwei-Teilchen-Kernen

$$T_{K'K}^{S_{A-2}', S_{A-2}} = T_{K'K} \delta_{S_{A-2}', S_{A-2}} + T_{K'K}^{S_{A-2}', S_{A-2} (B)} + \int_{t_{A-1}} \frac{\pi_{K' S_{A-2}', t_{A-1}} \pi_{t_{A-1}, K S_{A-2}}}{\epsilon_- - \omega_{t_{A-1}} + i0} \quad (3.33)$$

$$(\epsilon_- = \epsilon_K + \omega_{S_{A-2}} = \epsilon_{K'} + \omega_{S_{A-2}'}),$$

$$T_{k'k}^{S_{A+2}, S_{A+2}} = T_{k'k} \delta_{S_{A+2}, S_{A+2}} + T_{k'k}^{S_{A+2}, S_{A+2} (B)} + \int_{t_{A+3}} \frac{\pi_{k' S_{A+2}, t_{A+3}} \pi_{t_{A+3}, k S_{A+2}}}{E_+ - \omega_{t_{A+3}} + i0} \quad (3.34)$$

$$(E_+ = E_k + \omega_{S_{A+2}} = E_{k'} + \omega_{S_{A+2}}) \quad .$$

In diesen Ausdrücken sind Born -Terme definiert durch

$$T_{k'k}^{S_{A-2}, S_{A-2} (B)} = -\tilde{\chi}_{\beta' \gamma'}^{S_{A-2}} \tilde{K}_{k' \leftrightarrow \beta \gamma, \beta' \gamma' k^{(+)}}^{(pp)}(E_-) \tilde{\chi}_{\beta \gamma}^{S_{A-2}*} \quad (3.35)$$

$$T_{k'k}^{S_{A+2}, S_{A+2} (B)} = \tilde{\chi}_{\alpha' \beta'}^{S_{A+2}*} \left\{ \tilde{K}_{\alpha' \beta' k' \leftrightarrow \alpha \beta k^{(-)}}^{(pp)}(E_+) - (\beta \leftrightarrow k^{(+)} - (\alpha \leftrightarrow k^{(+)}) \right\} \tilde{\chi}_{\alpha \beta}^{S_{A+2}} \quad (3.36)$$

und die Übergangsamplituden der Compoundkern-Anteile sind durch

$$\pi_{k' S_{A-2}, t_{A-1}} = \tilde{\chi}_{\beta' \gamma'}^{S_{A-2}} (\tilde{V}_{\alpha' k' \leftrightarrow \beta' \gamma' \beta}^{t_{A-1}*} + \tilde{K}_{k' \leftrightarrow \beta \gamma, \beta' \gamma' \delta}^{(pp)}(E_{k'} + \omega_{S_{A-2}}) \tilde{b}_{\beta \gamma \delta}^{t_{A-1}*}) \quad (3.37)$$

$$\pi_{t_{A-1}, k S_{A-2}} = (\alpha_{\alpha'}^{t_{A-1}} \tilde{V}_{\beta \gamma k^{(+)}, \alpha'} + \tilde{b}_{\beta' \gamma' \delta}^{t_{A-1}} \tilde{K}_{\delta' \beta \gamma, \beta' \gamma' k^{(+)}}^{(pp)}(E_k + \omega_{S_{A-2}})) \tilde{\chi}_{\beta \gamma}^{S_{A-2}*}$$

und

$$\pi_{k' S_{A+2}, t_{A+3}} = \sqrt{3} \tilde{\chi}_{\alpha' \beta'}^{S_{A+2}*} \tilde{K}_{\alpha' \beta' k' \leftrightarrow \alpha \beta \gamma}^{(pp)}(E_{k'} + \omega_{S_{A+2}}) \tilde{c}_{\alpha \beta \gamma}^{t_{A+3}} \quad (3.38)$$

$$\pi_{t_{A+3}, k S_{A+2}} = \sqrt{3} \tilde{c}_{\alpha' \beta' \gamma'}^{t_{A+3}*} \tilde{K}_{\alpha' \beta' \gamma', \alpha \beta k^{(+)}}^{(pp)}(E_k + \omega_{S_{A+2}}) \tilde{\chi}_{\alpha \beta}^{S_{A+2}}$$

gegeben.

Wie die analogen Formeln für die Streuung an Ein-Loch- und Ein-Teilchen-Kernen enthalten die Gleichungen (3.33) und (3.34) neben dem Spektralterm einen Potentialterm und zusätzlich einen Born-Term; sie lassen sich wie folgt interpretieren. Die T-Matrizen bestimmen die Nukleonenstreuung an

Targetkernen, die näherungsweise aus einem durch ein optisches Potential berücksichtigten trägen Core und einem zusätzlichen $2h$ -($2p$ -) Boson bestehen. Der erste Term der Gleichungen, die durch (2.15) gegebene Größe, beschreibt die elastische Streuung durch dieses Potential. Die anderen Terme beschreiben elastische und inelastische Streuung des Nukleons an dem Boson, in erster Ordnung durch den zweiten Term $T^{(B)}$, der eine effektive Nukleon-Boson-Wechselwirkung darstellt, sowie in allen höheren Ordnungen durch den Spektralterm, der alle auf Grund dieser Wechselwirkung im Feld des Cores gebildeten Eigenzustände des Nukleon-Boson-Systems enthält.

In den in dieser Arbeit abgeleiteten Streuamplituden wird das optische Potential, das sowohl den Potentialterm der T -Matrix als auch die Einteilchen-Streuwellenfunktionen in dem restlichen Matrixelement bestimmt, in den meisten Fällen nicht von den Nukleonen im Anfangs- oder Endzustand des Targetkerns, sondern, als Massenoperator, vom Vakuumzustand $|0\rangle$ der Theorie erzeugt. Das erscheint nach der obigen Diskussion plausibel: der mit dem gestreuten Teilchen wechselwirkende Restanteil jedes der behandelten Targetkerne, wenn die Wechselwirkung mit einem p - h -, $2h$ - oder $2p$ -Boson im Rahmen der Beschreibung des gesamten Streuproblems abgespalten ist, wird durch den A -Nukleonen-Grundzustand beschrieben. Andere Definitionen des optischen Potentials erscheinen in Modellen wie etwa der DWBA-Näherung angemessen, wo die gesamte geglättete Streuamplitude durch einen natürlich dann optimal zu wählenden Born-Term beschrieben werden soll.

4. Bethe-Salpeter-Gleichungen für Doorway-Zustände und für Wellenfunktionen zu direkten Reaktionen in entkoppelter Näherung

4.1 Die Aufspaltung des Streuproblems in Teilprobleme

Auch nach Eliminierung der Zeitintegrationen ist die Bethe-Salpeter-Gleichung, etwa in der Form (3.8), noch eine gemischte Matrix- und Integralgleichung, da ein Teil der vorkommenden Indices zum Kontinuum der Einteilchendarstellung gehört; gerade das Auftreten solcher durch Integrationen verknüpfter Größen ist charakteristisch für die in der Gleichung enthaltene Information über Streuprozesse. Andererseits ist es bequem und erscheint als physikalisch sinnvoll, ihre Information über lokalisierte Anregungszustände, gebundene Zustände wie quasi-stationäre Streuresonanzen, aus einem diskreten Matrixproblem zu gewinnen.

In diesem und dem folgenden Kapitel wird ein Lösungsverfahren für die Bethe-Salpeter-Gleichungen entwickelt, das die mit den diskret und kontinuierlich indizierten Matrixgrößen bzw. den lokalisierten und nicht-lokalisierbaren Anteilen der Wellenfunktionen verknüpften typischen Probleme spezifisch berücksichtigt. In einer in den nächsten beiden Abschnitten behandelten ersten Näherung werden zwei entkoppelte Gleichungen für ein rein diskretes und ein rein kontinuierliches Teilproblem gelöst. Die eine hat als Lösungen Wellenfunktionen und Anregungsenergien von diskreten Zuständen, zu denen nur Konfigurationen mit Bindungszuständen der Einteilchenbasis beitragen, und die andere Greensche Funktionen für direkte Reaktionen; solche Zweipunktfunktionen und die damit verbundenen T-Matrizen beschreiben gestreute Nukleonen, die sich außer im Anfangs- und Endzustand auch in den virtuellen Zwischenzuständen nur in den Einteilchenkontinua der einzelnen Streukanäle befinden.

In einem zweiten Schritt wird in Kapitel 5 die vollständige Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung und damit des Streuproblems durch Kombination der Teillösungen des ersten Schritts erhalten.

Durch die Kopplung an die Streukanäle werden die Energien der diskreten Zustände verschoben und bekommen oberhalb der Schwellenenergien für die Streuprozesse als die Resonanzenergien quasi-stationärer Zustände einen zu ihrer Lebensdauer umgekehrt proportionalen Imaginärteil.

Die hier skizzierte Aufspaltung der Berechnung von Greenschen Funktionen ist typisch für Theorien, die auf dem Schalenmodell basieren; sie hat am meisten Ähnlichkeit mit einer analogen Behandlung der Schrödinger-Gleichung durch MacDonald²²⁾. Während im Rahmen dieser Methoden das dynamische Problem auf Modellräume projiziert wird, die durch diskret oder kontinuierlich indizierte Basisvektoren des Schalenmodells aufgespannt werden, stellen die Bethe-Salpeter-Gleichungen andererseits selbst ähnliche, die ersteren umfassende Projektionen dar, die durch den Kompliziertheitsgrad der den Raum aufspannenden Anregungszustände bezüglich eines Vakuumzustands charakterisiert sind. So stellt Gleichung (3.8) eine Projektion auf die $1p$ - und $2p$ - $1h$ -Anregungen einschließlich der $1h$ - und $2h$ - $1p$ -Anregungen dar, und auf Anregungen dieses Typs bezieht sich die in diesem Kapitel beschriebene weitergehende Differenzierung nach diskreten und kontinuierlichen Anregungen.

Insbesondere enthalten die aus den diskreten $2p$ - $1h$ -Anregungen zusammengesetzten quasi-stationären Zustände die Doorwayzustände, die stark mit dem Eingangskanal der Nukleonenstreuung an einem magischen Kern gekoppelt sind, d.h. durch ein großes Matricelement des Hamilton-Operators mit dem asymptotischen Einteilchen-Streuzustand des elastischen Kanals verbunden sind. Die Doorway-Zustände können also durch erste Stöße gebildet werden und geben Anlaß zu den intermediären Strukturen im Wirkungsquerschnitt; deren Breite entspricht einer Lebensdauer, die groß ist im Vergleich zur Ablaufzeit direkter Prozesse, aber klein gegen die Lebensdauer der komplizierteren Compound-Zustände des thermischen Gleichgewichts, für deren Bildung sie als Durchgangsstadium dienen können. Außer mit dem Eingangskanal sind die Doorway-Zustände im allgemeinen auch mit den inelastischen Ausgangskanälen stark gekoppelt, die durch p - h -Anregungen im

Endzustand des Targetkerns beschrieben werden. - Die für die Streuung an Zwei-Loch- und Zwei-Teilchen-Kernen wichtigen Doorway-Zustände sind aus $2h-1p$ und $3p$ -Anregungen zusammengesetzt und daher im avancierten Teil der Lösung von Gleichung (3.8) bzw. in der Lösung von (C.33) enthalten.

Der Einfluß der komplizierteren, längerlebigen Zustände des Compoundkerns auf die T-Matrix, die in Experimenten mit noch schärferem Auflösungsvermögen die Feinstruktur der intermediären Resonanzen bilden, ist in den effektiven Wechselwirkungen Bethe-Salpeter-Gleichungen enthalten. Anstatt diese Wechselwirkungen einschließlich ihrer Feinresonanzen mikroskopisch zu berechnen, betrachten wir sie im Sinn der Migdalschen Theorie als phänomenologische Parameter mit glatter Energieabhängigkeit^{36,44-46}, die wie das optische Potential (A.30) die Bedeutung über die Energie gemittelter Größen haben. Als effektive Wechselwirkungen, die wie der Massenoperator einen Spektralteil haben, über den gemittelt wird, sollten diese Parameter im allgemeinen auch komplex (nicht-hermitesch) sein. Sie geben dann schon bei einem Teil der Zustände des rein diskreten Matrixproblems Anlaß zu einem Imaginärteil der Energieeigenwerte. Diese "Dämpfungsbreiten", die neben den Zerfallsbreiten die intermediäre Struktur der Doorway-Zustände ausmachen, beschreiben deren Instabilität gegen den "internen" Zerfall in die komplizierteren Compoundkern-Zustände, falls die Doorway-Zustände in ein dichtes Spektrum der letzteren, ähnlich wie in die Kontinua der Streukanäle, energetisch eingebettet liegen.

Aus Gründen der mathematischen Einfachheit wie ihrer genaueren Definition wegen werden die Doorway-Zustände zusammen mit den Bindungszuständen in einer ersten Näherung aus einem hermiteschen und energieunabhängigen Anteil der Wechselwirkung berechnet. Ihre Kopplung an die komplizierteren Compoundkern-Anregungen durch den energieabhängigen Anteil läßt sich dann im selben Rechenschritt wie die Kopplung an die Zerfallskanäle in Kapitel 5 durchführen.

In wesentlichen Punkten ist das im folgenden dargestellte Lösungsverfahren nicht auf die in dieser Arbeit studierten Streuprobleme und nicht auf die Gleichung (3.8), auf die es im folgenden angewandt wird, beschränkt. Wir benutzen daher eine allgemeine kompakte Notation, die mit geringen Modifikationen auch für analoge Größen aus anderen Bethe-Salpeter-Gleichungen wie (C.1), (C.2) und (C.33) stehen kann.

Jede Blockmatrix wie die in Gleichung (3.8) vorkommenden wird durch eine einzige zweifach indizierte Größe in geschweifter Schreibweise abgekürzt

$$\begin{pmatrix} G_{11'}(e) & \tilde{L}_{1,4'3'2'}(e) \\ \tilde{L}_{234,1'}(e) & \tilde{L}_{4'23,2'3'4}(e) \end{pmatrix} = \mathcal{G}_{11'}(e), \quad \begin{pmatrix} G_{11'}^{HF}(e) & 0 \\ 0 & \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^0(e) \end{pmatrix} = \mathcal{G}_{11'}^0(e),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \tilde{V}_{1,4'3'2'} \\ \tilde{V}_{234,1'} & \tilde{K}_{4'23,2'3'4}(e) \end{pmatrix} = \mathcal{K}_{11'}(e). \quad (4.1)$$

-(4.3)

Der erste Index der Größen auf der rechten Seite steht dabei für die ungestrichenen Indices auf der linken Seite: $1 := \{1, 2, 3, 4\}$, der zweite für die gestrichenen. Mit einer evidenten Vereinbarung über die Abkürzung der Matrixmultiplikation läßt sich Gleichung (3.8) dann schreiben als

$$\mathcal{G}_{11'}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{0(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^0(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}(e). \quad (4.4)$$

Für (4.4) und für spätere Gleichungen werden antisymmetrisierte Größen zusammen mit einer Einheitsmatrix definiert als

$$\begin{pmatrix} \delta_{11'} & 0 \\ 0 & \delta_{22'} \delta_{33'} \delta_{44'} \end{pmatrix} = \mathcal{J}_{11'} \quad , \quad \begin{pmatrix} \delta_{11'} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(\delta_{22'} \delta_{33'} - \delta_{23'} \delta_{32'}) \delta_{44'} \end{pmatrix} = \mathcal{J}_{11'}^{(as)} \quad , \quad (4.5)$$

(4.6)

$$\mathcal{G}_{11'}^{o(as)}(e) = \mathcal{G}_{1\alpha}^o(e) \mathcal{J}_{\alpha 1'}^{(as)} \quad , \quad \mathcal{K}_{11'}^{(as)}(e) = \mathcal{K}_{1\alpha}(e) \mathcal{J}_{\alpha 1'}^{(as)} \quad , \quad (4.7)$$

(4.8)

Die Lösung nullter Ordnung von Gleichung (4.4) läßt sich in zwei Teile mit verschiedenen analytischen Eigenschaften zerlegen

$$\mathcal{G}_{11'}^o(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o,D}(e) + \mathcal{G}_{11'}^{o,C}(e) \quad ; \quad (4.9)$$

der erste Term enthält die diskreten Pole der (4.2) darstellenden Green-Funktionen (3.6) und (3.7) und deshalb nur die Quantenzahlen gebundener Einteilchenzustände, der zweite Term die kontinuierlichen Singularitäten (Schnitte) dieser Green-Funktionen und folglich mindestens ein Paar zu Streufunktionen gehöriger Indices. Als erste Näherung der Gleichung kann man statt des vollen Propagators (4.9) seine beiden Bestandteile zunächst getrennt aufsummieren

$$\mathcal{G}_{11'}^D(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o,D(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{o,D}(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^D(e) \quad , \quad (4.10)$$

$$\mathcal{G}_{11'}^C(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o,C(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{o,C}(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^C(e) \quad . \quad (4.11)$$

Gleichung (4.11) definiert eine Green-Funktion für direkte Reaktionen, die in Abschnitt 4.3 diskutiert wird, während die Lösung von (4.10) diskrete Pole hat, die näherungsweise die Energien der Bindungs- und Doorway-Zustände darstellen. Um

solche Zustände zunächst ohne die Dämpfung durch kompliziertere Anregungen als Lösung eines linearen Eigenwertproblems mit statischer, hermitescher Wechselwirkung zu bestimmen, spalten wir von der effektiven 2p-1h-Wechselwirkung in (4.10) einen nicht - hermiteschen energieabhängigen Anteil ab

$$\mathcal{K}_{11'}(e) = \mathcal{K}_{11'}^d + \mathcal{K}_{11'}^q(e) \quad , \quad (4.12)$$

wobei

$$\mathcal{K}_{11'}^d = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{V}_{1,4'3'2'} \\ \tilde{V}_{234,1'} & \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^d \end{pmatrix} \quad , \quad (4.13a,b)$$

$$\mathcal{K}_{11'}^q(e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{q(re)}(e) - i\tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{q(im)}(e) \end{pmatrix} \quad ,$$

und $\tilde{K}^d$, $\tilde{K}^{q(re)}$ und $\tilde{K}^{q(im)}$ hermitesch sind. Hermitezität und Energieunabhängigkeit werden auch für $\tilde{V}$ vorausgesetzt; diese Forderungen verletzende Korrekturterme, die etwa eine in Anhang D für diese Größe vorgeschlagene Bruecknersche G-Matrix im Gegensatz zur freien Wechselwirkung V besitzt, können jedoch ohne weiteres als nicht-diagonale Glieder von (4.13b) ergänzt werden. Die Zerlegung der 2p-1h-Wechselwirkung nach (4.12) schließt eine analoge Aufspaltung ihrer Zwei-Körper-Anteile ein wie z.B.

$$\tilde{K}_{4'2,2'4}^{ph}(e) = \tilde{K}_{4'2,2'4}^{ph,d} + \tilde{K}_{4'2,2'4}^{ph,q}(e) \quad . \quad (4.14)$$

Die Indizierung der beiden Terme der Zerlegung ist die von Feshbach et.al.¹⁶⁾ in einer Theorie der intermediären Resonanzen zur Bezeichnung analoger Größen benutzte.

Das bei Verwendung nur des ersten Terms der Wechselwirkung (4.12) in Gleichung (4.10),

$$\mathcal{G}_{11'}^d(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o,D(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{o,D}(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}^d \mathcal{G}_{\beta 1'}^d(e), \quad (4.15)$$

resultierende Eigenwertproblem für reelle Energien von Doorway-Zuständen wird in Abschnitt (4.2) behandelt. Die vollständige Lösung von (4.12) erhält man anschließend durch Aufsummation der Lösung von (4.15) und des zweiten Terms der Wechselwirkung

$$\mathcal{G}_{11'}^D(e) = \mathcal{G}_{11'}^d(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^d(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}^q(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^D(e). \quad (4.16)$$

Die Zerlegung der effektiven Wechselwirkung braucht nicht eindeutig definiert zu werden. Es empfiehlt sich, bei eventuellen Parametrisierungen durch den zu diagonalisierenden konstanten Term einen möglichst großen Anteil zu erfassen. Gleichung (4.16) kann dann in vielen Fällen störungstheoretisch gelöst werden, was in einem allgemeineren Zusammenhang in Abschnitt 5.3 diskutiert wird.

4.2 Die Berechnung diskreter Zustände

Nach Einsetzen der diskreten Anteile der Propagatoren (3.6) und (3.7) in $\mathcal{G}^{o,D}$ und Inversion dieser Größe bekommt Gleichung (4.15) die Form

$$\left(\{\mathcal{G}_{1\beta}^{o,D}(e)\}_{1\beta}^{-1} - \mathcal{N}_{1\alpha} \tilde{\mathcal{K}}_{\alpha\beta}^d \right) \mathcal{G}_{\beta 1'}^d(e) = \mathcal{N}_{1\alpha} \mathcal{I}_{\alpha 1'}^{(as)},$$

$$\{\mathcal{G}_{11'}^{o,D}(e)\}_{11'}^{-1} = \begin{pmatrix} (e - e_1^{HF}) \delta_{11'} & 0 \\ 0 & (e - e_2 - e_3 + e_4) \delta_{22'}, \delta_{33'}, \delta_{44'} \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

$$\mathcal{N}_{11'} = \begin{pmatrix} \delta_{11'} & 0 \\ 0 & (n_{234}^{2p1h} + n_{234}^{2p1h}) \delta_{22'}, \delta_{33'}, \delta_{44'} \end{pmatrix},$$

wobei sich alle Einteilchenenergien und - Quantenzahlen auf gebundene Einteilchen - bzw. Quasiteilchenzustände beziehen. Der Operator $\mathcal{N}$ beschränkt die Lösung $\mathcal{G}^d(e)$ auf Komponenten mit solchen Indextripeln, die zwei unbesetzten Einteilchenzuständen und einem besetzten oder der umgekehrten Kombination entsprechen. Er wird im folgenden in ähnlichen Gleichungen bei Beschränkung aller vorkommenden Matrizen auf solche Konfigurationen weggelassen. Mit einer (3.9) entsprechenden Summe über diskrete Pole als Lösungsansatz erhält man durch Vergleich der Residuen der Pole auf beiden Seiten von (4.17) aus dieser Gleichung lineare Eigenwertgleichungen, die die Anregungsenergien sowie $1p$ - und $2p$ - $1h$ -Amplituden von Doorway- und Bindungszuständen der $A+1$ - und $A-1$ -Kerne bestimmen, wobei diese beiden Probleme nach Art verallgemeinerter RPA-Gleichungen gekoppelt werden.

Das Teilchen-Loch-Problem

Als Alternative zur $2p$ - $1h$ -Darstellung (4.17) bietet sich eine Darstellung desselben Problems durch - angeregte Zustände des magischen Kerns beschreibende - ph -Bosonen (Phononen) an, an die das restliche Quasiteilchen oder Quasiloche angekoppelt wird. Ein Vorteil einer Phonon-Quasiteilchen-Darstellung gegenüber (4.17) ist, daß die Dimension des Eigenwertproblems sich beträchtlich verringern läßt, wenn man sich auf die niedrigsten stark korrelierten p - h -Anregungen des magischen Kerns beschränkt. Darüberhinaus lassen sich die in (4.17) nicht enthaltenen Grundzustandskorrelationen der Teilchen-Loch-RPA berücksichtigen, wenn man, anstatt einfach in (4.17) das p - h -Problem vorzudiagonalisieren, in Verallgemeinerung dieser Gleichung das p - h -Problem an einer früheren Stelle löst, nämlich vor der Anwendung der Zwei-Zeiten-Näherung für die effektive Wechselwirkung.

Anstelle von (2.33a) studieren wir also die Gleichung (2.33c) mit einer Zwei-Zeiten-Näherung für die effektive Wechselwirkung, und ebenso Gleichung (B.1) für die Teilchen-Loch-Antwortfunktion, die in der Lösung nullter Ordnung von (2.33c) erscheint. In beiden Gleichungen beschränken wir uns wie in (4.17) auf diskrete Einteilchenzustände und den konstanten Anteil der Wechselwirkungen in (3.17) und (4.14).

Die Stelle der Funktion (3.7) in Gleichung (3.8) nimmt in der neuen Gleichung

$$\tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(ph)D}(e) = Z_3^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} G_{33'}^{qP,D}(t-t') \tilde{R}_{4'2,2'4}^d(t-t') \quad (4.18)$$

ein. Dabei steht $G^{QP,D}$ für den diskreten Anteil der Quasiteilchen-Green-Funktion (3.3), und die Antwortfunktion $\tilde{R}^d$ erhält man aus (B.1) mit dieser Näherung für die Zweipunktfunktionen und einer konstanten Teilchen-Loch-Wechselwirkung bzw. als energieabhängige Funktion aus der entsprechend approximierten sowie renormierten Gleichung (C.1)

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{4'2,2'4}^d(t-t') &= (z_2 z_4 z_{2'} z_{4'})^{-\frac{1}{2}} \lim_{\substack{t_2, t_4 \rightarrow t \\ t_2', t_4' \rightarrow t'}} R_{4'2,2'4}^d(t_4' \dots t_4) \\ &= \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} de \exp\{-ie(t-t')\} \tilde{R}_{4'2,2'4}^d(e) \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\tilde{R}_{4'2,2'4}^d(e) = \tilde{R}_{4'2,2'4}^{(+d)}(e) - \tilde{R}_{4'2,2'4}^{(-d)}(e) \quad (4.20)$$

$$\tilde{R}_{4'2,2'4}^{(+d)}(e) = \int_{s_A}^{\prime} \frac{\tilde{g}_{24}^{o s_A(d)} \tilde{g}_{2'4'}^{o s_A(d)*}}{e - \omega_{s_A}^{(d)} + i0} \quad , \quad \tilde{R}_{4'2,2'4}^{(-d)}(e) = \int_{s_A}^{\prime} \frac{\tilde{g}_{24}^{s_A o(d)} \tilde{g}_{2'4'}^{s_A o(d)*}}{e + \omega_{s_A}^{(d)} - i0} \quad .$$

Die p-h-Amplituden in (4.20), die durch (3.20) definiert sind, berechnen sich zusammen mit den Energieeigenwerten aus der aus (C.1) folgenden homogenen Gleichung, der ausgiebig studierten renormierten RPA-Gleichung^{35,38a,46,117,118)}

$$\begin{aligned} (\omega_{s_A}^{(d)} - e_2 + e_4) \tilde{g}_{24}^{o s_A(d)} &= \{ (1-n_2)n_4 - n_2(1-n_4) \} \tilde{K}_{s_2, \beta 4}^{ph, d} \tilde{g}_{\beta s}^{o s_A(d)} \quad , \\ (-\omega_{s_A}^{(d)} - e_2 + e_4) \tilde{g}_{24}^{s_A o(d)} &= \{ (1-n_2)n_4 - n_2(1-n_4) \} \tilde{K}_{s_2, \beta 4}^{ph, d} \tilde{g}_{\beta s}^{s_A o(d)} \quad ; \end{aligned} \quad (4.21)$$

ihre Normierungsbedingungen, die aus der inhomogenen Gleichung folgen, sind in den Orthogonalitätsrelationen

$$\int_{24} \tilde{S}_{24}^{oS_A(d)*} (n_4 - n_2) \tilde{S}_{24}^{oS_{A'}(d)} = \delta_{S_A S_{A'}} \quad , \quad (4.22)$$

$$\int_{24} \tilde{S}_{24}^{S_A o(d)*} (n_4 - n_2) \tilde{S}_{24}^{S_{A'} o(d)} = -\delta_{S_A S_{A'}} \quad ,$$

enthalten.

Nach Auswertung des Integrals in (4.18) und Definition einer Inversen gemäß

$$\{\tilde{G}^{o(ph)D}(e)\}_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{-1} \{\delta_{\gamma 3'} (1 - n_3) \tilde{R}_{4' \beta, 2' \delta}^{(+d)}(e - e_3) + \delta_{\gamma 3'} n_3 \tilde{R}_{4' \beta, 2' \delta}^{(-d)}(e - e_3)\} \\ = \delta_{22'} \delta_{33'} \delta_{44'} \quad (4.23)$$

erhält man aus (2.33c) ein zu (4.17) alternatives Gleichungssystem

$$\{\mathcal{G}^{o(ph)D}(e)\}_{1\alpha}^{-1} - \mathcal{K}_{1\alpha}^{(ph)d} \mathcal{G}_{\alpha 1'}^d(e) = \mathcal{J}_{11'}^{(as)} \quad , \quad (4.24)$$

$$\{\mathcal{G}^{o(ph)D}(e)\}_{1\alpha}^{-1} - \mathcal{K}_{1\alpha}^{(ph)d} = \begin{pmatrix} (e - e_1^{HF}) \delta_{1\alpha} & -\tilde{V}_{1, \delta \beta} \\ -\tilde{V}_{234, \alpha} & \{\tilde{G}^{o(ph)D}(e)\}_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{-1} - \tilde{K}_{\delta 23, \beta \gamma 4}^{(ph)d} \end{pmatrix}$$

das auf Grund von (4.21) die Grundzustandskorrelationen der Teilchen-Loch-RPA innerhalb des 2p-1h-Problems berücksichtigt. Gleichung (4.17) läßt sich auf eine ähnliche Form bringen

$$\{\mathcal{G}^{o, D}(e)\}_{11'}^{-1} - \mathcal{K}_{11'}^d = \{\mathcal{G}^{o(ph)D}(e)\}_{11'}^{-1} (TD) - \mathcal{K}_{11'}^{(ph)d} \quad , \quad (4.25)$$

wobei der erste Term auf der rechten Seite wie in (4.23) definiert ist, die Antwortfunktion sich jedoch in der entkoppelten Tamm-Dancoff-Näherung⁴⁰⁾ zu Gleichung (4.21) berechnet, die die Grundzustandskorrelationen vernachlässigt

$$(\omega_{S_A}^{(d)TD} - e_2 + e_4) \tilde{S}_{24}^{oS_A(d)TD} = (1-n_2) n_4 \tilde{K}_{s2,\beta 4}^{ph,d} \tilde{S}_{\beta s}^{oS_A(d)TD} \quad (4.26)$$

Auf Grund des von uns benutzten Ausdrucks (3.17) für die zwei-zeitige effektive Wechselwirkung in (4.24) ist auch diese Gleichung zusammen mit (4.23) wie (4.17) auf den von 2p-1h / 2h-1p-Kombinationen der Basis-Wellenfunktionen aufgespannten Raum beschränkt. Das bedeutet, daß die kleinen Komponenten^{38a)} der RPA-Amplituden abgeschnitten werden, wie es auch von Gleichung (4.23) verlangt wird; in einem größer dimensionierten Raum hätte dort die zu invertierende Matrix nicht ihren maximalen Rang. Im folgenden sollen unter der Bezeichnung $\tilde{S}$ nur die großen Komponenten der Amplituden (3.20) verstanden werden

$$\tilde{S}_{24}^{oS_A(d)} (1-n_2) n_4 \rightarrow \tilde{S}_{24}^{oS_A(d)} \quad , \quad \tilde{S}_{24}^{sA^0(d)} n_2 (1-n_4) \rightarrow \tilde{S}_{24}^{sA^0(d)} \quad (4.27)$$

Mit der Definition einer reziproken Basis $\bar{S}$ für die großen Komponenten, die in Tamm-Dancoff-Näherung identisch mit der ursprünglichen Basis ist

$$\sum_{24} \tilde{S}_{24}^{oS_A(d)*} \bar{S}_{24}^{oS_A'(d)} = \delta_{S_A S_A'} \quad , \quad (4.28)$$

$$\sum_A' \tilde{S}_{24}^{oS_A(d)} \bar{S}_{2'4'}^{oS_A(d)*} = \delta_{22'} \delta_{44'} \quad (4.29)$$

und ähnlichen Beziehungen für die Größen $\tilde{S}^{sA^0}$, läßt sich die inverse Matrix in (4.23) dann explizit ausdrücken als

$$\{\tilde{G}^{o(ph)D}_{(e)}\}_{4'2'3,2'3',4}^{-1} = \quad (4.30)$$

$$\delta_{33'} \int_{S_A}' \left\{ (1-n_3) \bar{S}_{24}^{oS_A(d)} (e-e_3 - \omega_{S_A}^{(d)}) \bar{S}_{2'4'}^{oS_A(d)*} + n_3 \bar{S}_{24}^{sA^0(d)} (e-e_3 + \omega_{S_A}^{(d)}) \bar{S}_{2'4'}^{sA^0(d)*} \right\}.$$

Phonon-Quasiteilchen-Kopplung

Bei der weiteren Behandlung des Matrixproblems (4.24) ist darauf zu achten, daß das Pauli-Prinzip bezüglich der beiden Teilchen des 2p-1h-Tripels berücksichtigt wird. Es ist implizit in der Theorie auf Grund der Antisymmetrie in den Indices 2 und 3 der Amplituden b_{234}^t (3.10) aus $\mathcal{G}^d$ enthalten. Um diese Eigenschaft für die Lösung eines aus (4.24) folgenden Eigenwertproblems zu garantieren, ist die Antisymmetrie auf die in (4.24) links von $\mathcal{G}^d$ stehende Matrix explizit überzuwälzen. Da durch den Einschluß der RPA-Korrelationen die Symmetrie gestört ist, die sie in der Näherung (4.17) hätte, ist diese Matrix auf beiden Seiten zu antisymmetrisieren.

Zusätzlich wird in (4.24) die Vollständigkeitsrelation (4.29) eingesetzt, das Gleichungssystem von links mit den p-h-Amplituden multipliziert und durch einen Grenzprozess der Übergang zu den homogenen Gleichungen durchgeführt. Man erhält dann schließlich ein Eigenwertproblem in der Phonon-Quasiteilchen-Darstellung für die gekoppelte Berechnung der Energien $e_{A\pm 1}^{(d)}$ und Amplituden $a^{t(d)}$, $b^{t(d)}$

$$e_{tA\pm 1}^{(d)} = \pm \omega_{tA\pm 1}^{(d)}, \quad (4.31)$$

$$b_{s_A, 3}^{t_{A\pm 1}(d)} = \{(1-n_3) \bar{g}_{\beta\delta}^{s_A(d)*} + n_3 \bar{g}_{\beta\delta}^{s_A(d)*}\} \tilde{b}_{\beta\gamma}^{t_{A\pm 1}(d)},$$

der Bindungs- und Doorway-Zustände der A±1-Nukleonen-Kerne

$$\sum_{i,j,s_A'} \begin{pmatrix} (e_t^{(d)} - e_i^{HF}) \delta_{ji} & -K_{Aj}^{s_A'} \\ -K_{3i}^{s_A} & e_t^{(d)} N_{3j}^{s_A s_A'} - H_{3j}^{(0) s_A s_A'} - K_{3j}^{s_A s_A' (as)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i^{t(d)} \\ b_{s_A', j}^{t(d)} \end{pmatrix} = 0 \quad (4.32)$$

Die verschiedenen in der Matrix enthaltenen Größen sind definiert durch

$$N_{33'}^{ss'} = \frac{1}{4} \int_{i,e}^1 \{ (1-n_3)(1-n_{3'}) f_{3i3'}^{s\bar{s}s'(-)} + n_3 n_{3'} f_{3i3'}^{s\bar{s}s'(+)} \} ,$$

$$f_{3i3'}^{s\bar{s}s'(+)} = (\delta_{s\bar{s}} \delta_{3i} - \tilde{\rho}_{i\bar{s}}^{os(d)*} \tilde{\rho}_{3\bar{s}}^{os(d)}) (\delta_{s'\bar{s}'} \delta_{3'i} - \tilde{\rho}_{3'\bar{s}'}^{os(d)*} \tilde{\rho}_{i'\bar{s}'}^{os(d)}) ,$$

$$f_{3i3'}^{s\bar{s}s'(-)} = \{ \rho^{os(d)} \rightarrow \rho^{so(d)} \} \quad (4.33)$$

$$H_{33'}^{(o)ss'} = \frac{1}{4} \int_{i,e}^1 \{ (1-n_3)(1-n_{3'}) (e_i + \omega_s) f_{3i3'}^{s\bar{s}s'(+)} + n_3 n_{3'} (e_i - \omega_s) f_{3i3'}^{s\bar{s}s'(-)} \} , \quad (4.34)$$

$$K_{13'}^{os'} = \tilde{V}_{1,s'3'\beta'} \tilde{\rho}_{\beta's'}^{s'3'} , \quad K_{31'}^{so} = \tilde{\rho}_{\beta\bar{s}}^{s,3} * \tilde{V}_{\beta\bar{s},1'} , \quad (4.35)$$

$$K_{33'}^{ss'(as)} = \frac{1}{4} \tilde{\rho}_{\beta\bar{s}}^{s,3} * (\tilde{K}_{s'\beta\beta',\beta'3's'}^{(ph)d} - \{ \beta \leftrightarrow 3 \} - \{ \beta' \leftrightarrow 3' \} + \{ \beta\beta' \leftrightarrow 3,3' \}) \tilde{\rho}_{\beta's'}^{s'3'} ,$$

$$\tilde{\rho}_{\beta's'}^{s,3'} = (1-n_3) \tilde{\rho}_{\beta's'}^{os(d)} + n_3 \tilde{\rho}_{\beta's'}^{so(d)} \quad (|s_A >, |s_A' > \neq 0) . \quad (4.36)$$

Ohne die Korrekturen durch das Pauli-Prinzip würde (4.33) die Einheitsmatrix darstellen, (4.34) die Summe von Phononen- und Quasiteilchenenergie und (4.35) die Phonon - Quasiteilchen-Wechselwirkung. Diese Größen sind durch Terme modifiziert, die die Antisymmetrie der Wellenfunktion gegen Vertauschung des Teilchens (oder Loches), das im Phonon enthalten ist, und des mit dem Phonon wechselwirkenden berücksichtigen. Wenn die Austauscheffekte nicht zu stark sind, ist die Matrix N positiv-definit und kann simultan mit dem Hamilton-Operator diagonalisiert werden.

Als Normierungsbedingung für die Eigenvektoren folgt aus der inhomogenen Gleichung, wobei die Methode aus Ref.⁸²⁾ benutzt wird

$$\sum_i \alpha_i^{t(d)*} \alpha_i^{t'(d)} + \sum_{j S_A, j' S'_A} b_{S_A j}^{t(d)*} N_{j j'}^{S_A S'_A} b_{S'_A j'}^{t'(d)} = \delta_{t t'} \quad (4.37)$$

Mit der Kurzschreibweise für die Vektoren

$$\alpha_1^{t(d)} = \begin{pmatrix} \alpha_1^{t(d)} \\ \tilde{b}_{234}^{t(d)} \end{pmatrix}, \quad \alpha_1^{t(d)*} = \left(\alpha_1^{t(d)*}, \tilde{b}_{234}^{t(d)*} \right) \quad (4.38)$$

$$\tilde{b}_{234}^{t(d)} = \frac{1}{2} \sum_{S_A} (\tilde{g}_{24}^{S_A, 3} - \{2 \leftrightarrow 3\}) b_{S_A}^t \quad (4.39)$$

erhält man als Lösung des Gleichungssystems (4.24) schließlich

$$g_{11'}^d(e) = \sum_{t_{A \pm 1}} \frac{\alpha_1^{t(d)} \alpha_{1'}^{t(d)*}}{e - e_{t_{A \pm 1}}^{(d)} \pm i0} \quad (4.40)$$

Das Gleichungssystem (4.32) in Verbindung mit den Gleichungen (4.21) läßt sich mit einer Reihe teilweise ähnlicher Modelle vergleichen, die ebenfalls die Phonon-Fermion-Kopplung beschreiben. Auf Grund der Verwendung einer effektiven Fermion-Phonon-Wechselwirkung (mit Phononzuständen auf beiden Seiten des Matrixelements), die in allen Ordnungen aufsummiert wird, erscheint es zunächst als Verallgemeinerung von Theorien, deren Kopplungsvertices nur Erzeugung und Vernichtung von Phononen (diese also nur auf einer Seite der Matrixelemente) berücksichtigen. Neben mehr phänomenologischen Modellen wie dem von Kisslinger und Sorenson⁸³⁾ beschreiben verschiedene Autoren die letzteren Prozesse mit Hilfe der Dysongleichung^{47,55,84,85)}. Eine noch weitergehende Spezialisierung, die einer störungstheoretischen Behandlung der Dysongleichung entspricht, stellt das "weak-coupling"-Modell⁸⁶⁾ dar.

Von mit (4.32) vergleichbarer Struktur sind Gleichungen von Schuck et.al.⁸⁷⁾ und Immele et.al.⁸⁸⁾, die ebenfalls mit Hilfe von (Dreiteilchen-) Green-Funktionen hergeleitet sind, sowie analoge Beziehungen, die, etwa im Rahmen der verallgemeinerten Hartree-Fock-Theorie^{89,90)} unmittelbar aus Bewegungsgleichungen für Feldoperatoren ("equation-of-motion method")^{48,91)} oder aus der ähnlichen Bootstrap-Theorie⁹²⁾ hergeleitet wurden. Daneben gibt es Berechnungen von 2p-1h- und 2h-1p-Zuständen im Rahmen des normalen Schalenmodells⁹³⁾. Im Gegensatz zu diesem erfaßt die Methode der Greenschen Funktionen Korrelationen des zugrundeliegenden A-Nukleonen-Grundzustands, indem sie das A+1- und das A-1-Nukleonen-Problem koppelt. In anderen Theorien lassen sich Grundzustandskorrelationen durch Verwendung überzähliger Basisvektoren bei getrennten Diagonalisierungen beider Probleme berücksichtigen⁹⁰⁻⁹²⁾.

Die Problematik überdimensionierter Matrizen, die gewöhnlich unphysikalische Eigenwerte haben, ergibt sich in einigen Modellen^{87,91)} auch dadurch, daß sie zusätzlich zur p-h-Boson-Fermion-Kopplung eine p-p-Boson-Fermionenloch-Kopplung explizit einschließen. Über die Gleichung (4.32) hinaus gestatten die zur Methode der Green-Funktion alternativen Modelle⁹⁰⁻⁹²⁾ - und ebenfalls Ref.⁸⁸⁾, jedoch auf Kosten gewisser Näherungen - , die Zustände der A+1-Nukleonen-Kerne selbstkonsistent zu berechnen. Eine ähnliche Ausweitung unserer Theorie ist mit Hilfe von Gleichung (C.22) des Anhangs leicht möglich und wird - im Rahmen des Streuproblems - in Kapitel 7 noch kurz diskutiert werden.

4.3 Gleichungen gekoppelter Kanäle für direkte Reaktionen

Der kontinuierliche Anteil $G^{0,C}$ des unkorrelierten Propagators (4.2), der die Lösung nullter Ordnung des Unterproblems (4.11) darstellt, enthält sowohl das Kontinuum der Zweipunktfunktion in Hartree-Fock-Näherung (3.6) als auch das der Quasiteilchen-Green-Funktion (3.3). Das erstere läßt sich als Teil

der Green-Funktion der Potentialstreuung, der Resolvente einer hermiteschen energieunabhängigen Matrix, exakt durch die Streulösungen der zugehörigen Einteilchen-Schrödinger-Gleichung ausdrücken, die durch (2.52) und (2.59) definiert sind

$$G_{22'}^{HF,C} = \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} d^3k (2|k_{HF}^{(+)} e^{-i\epsilon_k(t-t')} (k_{HF}^{(+)}|2') \Theta(t-t') \quad (4.41)$$

In (4.41) können auch die asymptotisch einlaufenden Streulösungen $|k_{HF}^{(-)}\rangle$ verwendet werden; wie die auslaufenden bilden diese zusammen mit den Wellenfunktionen der gebundenen Zustände ein vollständiges orthonormales System von Lösungen des Hamilton-Operators H^{HF} . Die durch (2.52) und (2.51) bestimmten Streulösungen des totalen energieabhängigen und komplexen Massenoperators haben diese Eigenschaft nicht.

Um konsistent mit der Quasiteilchen-Näherung (3.3) zu sein, die in dieser speziellen Form auf den diskreten Teil G^D der Zweipunktfunktion angewendet wird, sollte auch ihr kontinuierlicher Anteil G^C in der Energiedarstellung keine komplizierteren Resonanzen als solche mit 1p-Struktur zeigen. Deshalb verstehen wir unter dem Massenoperator in (2.51) bzw. (A.23), der die Streulösungen bestimmt, ein gemäß (A.30) über die Feinstruktur gemitteltes komplexes, schwach energieabhängiges optisches Potential.

Wir approximieren dann die Kontinuums- Green-Funktion durch

$$G_{22'}^{AP,C} \approx \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} d^3k (2|k^{(+)} e^{-i\epsilon_k(t-t')} (k^{(+)}|2') \Theta(t-t') \quad (4.42)$$

wobei zusätzlich zu (2.51) und (2.52) eine weitere Streulösung durch

$$(k^{(+)}|2') = (k|\alpha) \left\{ \delta_{\alpha 2'} + M_{\alpha\beta}(\epsilon_k) \left(\epsilon_k - \frac{p^2}{2m} - M(\epsilon_k) - i0 \right)^{-1}_{\beta 2'} \right\} \quad (4.43)$$

definiert ist. Diese Funktion ist Lösung einer Lippmann-Schwinger-

Gleichung mit dem hermitesch-konjugierten Potential, das die asymptotisch einlaufende Lösung $|k^{(-)}$ bestimmt, aber mit der Randbedingung von Gleichung (2.53) für die asymptotisch auslaufende Wellenfunktion $|k^{(+)}$

$$(1|k^{(\omega)}) = (1|k) + (\epsilon_k - \frac{p^2}{2m} + i0)^{-1}_{\alpha\alpha} M_{\alpha\beta}^+(\epsilon_k) (\beta|k^{(\omega)}) \quad (4.43a)$$

Die Näherung (4.42) ist gut für hinreichend schwache Energieabhängigkeit des optischen Potentials; unter dieser Voraussetzung, die auch in Kapitel 6 sowie bezüglich der effektiven Wechselwirkungen K in Anhang C gemacht wird, sind die beiden Funktionensysteme, die bei einer der Lösung der Dyson-Gleichung entsprechenden Matrixinversion verwendet werden müssen, annähernd biorthogonal (vergl. Ref.⁷³⁾, S. 274ff. ⁺)

$$(k^{(+)}|\rho)(\rho|k^{(\omega)}) \approx \delta(k - \underline{k}'), \quad (4.44)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3k (2_c|k^{(\omega)})(k^{(+)}|2_c') \approx \delta_{2_c 2_c'} \quad (4.45)$$

Die approximative Vollständigkeitsrelation (4.45) bezieht sich auf alle kontinuierlichen Quantenzahlen $\{2_c\}$ des verwendeten Basissystems $\{2\}$. Zu ihrer Herleitung aus (4.44) sowie für

⁺) Eine weiterführende Rechnung liefert die Beziehung

$$(k^{(+)}|k^{(\omega)}) = (k'|k) + (k^{(+)}|\alpha) \frac{M_{\alpha\beta}^+(\epsilon_{k'}) - M_{\alpha\beta}^+(\epsilon_k)}{\epsilon_{k'} - \epsilon_k - i0} (\beta|k^{(\omega)})$$

Die Näherung (4.42) ist also gut für

$$|dM_{12}(e)/de| \ll 1$$

spätere Zwecke machen wir für alle diskreten Basiszustände $\{2_D\}$ die Annahme

$$(2_D | k^{(4)}) = (2_D | k^{(v)}) = 0 \quad . \quad (4.46)$$

Anders als Gleichung (4.10) für die Bindungs- und Doorway-Zustände lösen wir die Gleichung (4.11) getrennt für die A+1- und A-1-Nukleonen-Systeme, wobei angenommen wird, daß die Energielücke zwischen den beiden Kontinua von $\mathcal{G}(e)$ groß genug ist, um sie zu entkoppeln. Die beiden Lösungen werden $\mathcal{G}^{CA+1}(e)$ genannt, so daß

$$\mathcal{G}_{11'}^C(e) = \mathcal{G}_{11'}^{CA+1}(e) + \mathcal{G}_{11'}^{CA-1}(e) \quad . \quad (4.47)$$

Der Kontinuumsanteil der Green-Funktion (2.34), die in (4.2) die unkorrelierte 2p-1h-Bewegung beschreibt, spaltet dann - in allgemeiner Schreibweise - folgendermaßen auf

$$G_{4'23,2'3'4}^{0,C} = G_{4'23,2'3'4}^{0,CA+1} + G_{4'23,2'3'4}^{0,CA-1} \quad , \quad (4.48)$$

$$G_{4'23,2'3'4}^{0,CA+1} = (G_{22'}^{QP,C} G_{33'}^{QP,D} + G_{22'}^{QP,D} G_{33'}^{QP,C} + G_{22'}^{QP,C} G_{33'}^{QP,C}) G_{4'4}^{QP,D} \quad , \quad (4.49)$$

$$G_{4'23,2'3'4}^{0,CA-1} = G_{22'}^{QP,D} G_{33'}^{QP,D} G_{4'4}^{QP,C} \quad . \quad (4.50)$$

Durch Partialsummation der diskreten Anteile $G^{QP,D}$ der Zweipunktfunktion in (4.49) und (4.50) kann man Gleichung (4.11) die Form einer Streukanal-Darstellung geben, in der die Grund- und Anregungszustände der Targetkerne mit A und A-2 Nukleonen und die Einteilchen-Streuzustände vorkommen. Ähnlich wie bei der Berechnung der diskreten Zustände in Abschnitt 4.2, können durch Aufsummation von p-h- bzw. 2p-Wechselwirkungen vor der Anwendung der Zwei-Zeiten-Näherung auf die 2p-1h-Gleichungen statt nachher, was eine Verallgeme-

meinerung von (4.11) bedeutet, die Korrelationen der RPA dieser Unterprobleme berücksichtigt und so Wellenfunktionen und Energieniveaus der Eigenzustände des Targetkerns verbessert werden.

Seiner relativen Einfachheit halber wird zunächst das A-1-Nukleonen-Problem behandelt. Nach Einsetzen von (4.50) für G^0 in Gleichung (2.33a), ohne daß der HF-Propagator beiträgt, führt Aufsummation der 2p-Korrelationen zu einem entkoppelten Analogon von Gleichung (2.33b), wobei die Sechspunktfunktion der einzige nicht-verschwindende Anteil der Lösungsmatrix ist. In der Zwei-Zeiten-Näherung und nach Fourier-Transformation lautet die Gleichung

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{4'23,2'3'4}^{C_{A-1}}(e) &= \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(pp)C_{A-1}}(e) \\ &+ \tilde{G}_{523,\beta\gamma 4}^{o(pp)C_{A-1}}(e) \tilde{K}_{5'\beta\gamma,\beta'\gamma's}^{(pp)}(e) \tilde{L}_{4'\beta\gamma',2'3's'}^{C_{A-1}}(e). \end{aligned} \quad (4.51)$$

Die Lösung nullter Ordnung ist definiert als

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(pp)C_{A-1}}(e) &= \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} \\ &\cdot G_{4'14}^{qp,C}(t'-t) \cdot \frac{1}{2} (Z_2 Z_3 Z_{2'} Z_{3'})^{\frac{1}{2}} \lim_{\substack{t_2, t_3 \rightarrow t \\ t_2', t_3' \rightarrow t'}} G_{23,2'3'}^D(t_2 \dots t_3) \\ &= \int_{s_{A-2}} \int_{-\infty}^{\infty} d^3k \frac{(4'/k^{(+)}) \tilde{\chi}_{23}^{s_{A-2}(D)} \tilde{\chi}_{2'3'}^{s_{A-2}(D)*} (k^{(+)}/4)}{e + \omega_{s_{A-2}} + \epsilon_k - i0}, \end{aligned} \quad (4.52)$$

wobei die 2h-Amplituden in $G^{(2)D}$ gemeinsam mit 2p-Amplituden von A+2-Nukleonen-Zuständen durch eine in (C.2) enthaltene renormierte 2p-RPA-Gleichung^{44,45,72)} berechnet werden, die zu dem p-h-Problem (4.21) analog ist, abgesehen von der Verwendung der vollen Wechselwirkung $K^{pp}(e)$ anstelle nur ihres konstanten Anteils.

Mit der Definition einer reziproken Basis zu den großen Komponenten der 2h-Amplituden, die den Gleichungen (4.27)-(4.29) entspricht,

$$\tilde{\chi}_{23}^{S_{A-2}^{(D)}} n_2 n_3 \rightarrow \tilde{\chi}_{23}^{S_{A-2}^{(D)}} \quad (4.53)$$

$$\int_{23} \tilde{\chi}_{23}^{S_{A-2}^{(D)}} \bar{\chi}_{23}^{S'_{A-2}^{(D)*}} = \delta_{S_{A-2}, S'_{A-2}} \int_{S_{A-2}} \tilde{\chi}_{23}^{S_{A-2}^{(D)*}} \bar{\chi}_{2'3'}^{S_{A-2}^{(D)}} = \frac{1}{2} (\delta_{22'} \delta_{33'} - \delta_{23'} \delta_{32'})$$

und Benutzung von (4.44) und (4.45) läßt sich Gleichung (4.51) auf die Form

$$G_{kk'}^{S_{A-2}, S'_{A-2}}(e) = (e + \omega_{S_{A-2}}^{(D)} + \epsilon_k - i0)^{-1} \cdot (\delta_{S_{A-2}, S'_{A-2}} \delta_{(k-k')H} \int_{G_{A-2}}^{\infty} d^3x K_{kx}^{S_{A-2}, G_{A-2}}(e) G_{exk'}^{G_{A-2}, S'_{A-2}}(e)) \quad (4.54)$$

bringen, mit

$$G_{kk'}^{S_{A-2}, S'_{A-2}}(e) = \tilde{\chi}_{\beta\gamma'}^{S_{A-2}^{(D)}} \tilde{L}_{k^{(H)}\beta\gamma, \beta'\gamma'k^{(H)}}^{C_{A-1}}(e) \tilde{\chi}_{\beta\gamma}^{S'_{A-2}^{(D)*}} \quad (4.55)$$

$$K_{kk'}^{S_{A-2}, S'_{A-2}}(e) = \tilde{\chi}_{\beta\gamma'}^{S_{A-2}^{(D)}} \tilde{K}_{k^{(H)}\beta\gamma, \beta'\gamma'k^{(H)}}^{(PP)}(e) \tilde{\chi}_{\beta\gamma}^{S'_{A-2}^{(D)*}} \quad (4.56)$$

Die Lösungen (4.55) der Gleichung (4.54) hängen eng mit den in (2.8) definierten Zweipunktfunktionen des Targetkerns zusammen; in dem Spezialfall reiner Zwei-Loch-Struktur der Wellenfunktionen des Targetkerns, die dann durch die normierten Vektoren

$$|S_{A-2}\rangle = \int_{23} (2z_2 z_3)^{-\frac{1}{2}} \tilde{\chi}_{23}^{S_{A-2}^{(D)*}} \psi_3 \psi_2 |0\rangle \quad (4.57)$$

gegeben sind, sowie eines unkorrelierten Grundzustandes des

magischen Kerns

$$(1-n_p) n_h \langle 0 | \psi_p^\dagger \psi_h | 0 \rangle = 0 \quad (4.58)$$

sind beide Definitionen äquivalent

$$2\pi \delta(e-e') G_{kk'}^{ss'}(e) = G_{k(\omega), k'(\omega)}^{ss'(+,c)}(e-\omega_s, e'-\omega_{s'}) \quad (4.59)$$

Auf der rechten Seite von (4.59) bedeutet die gegenüber (2.8) zusätzliche Indizierung die Beschränkung auf den retardierten Teil der Green-Funktion (2.8) sowie die durch die Beschränkung auf das Unterproblem (4.11) bedingte Näherung. Die Lösung (4.55) läßt sich daher als Fourier-transformierte Green-Funktion eines Nukleons interpretieren, das in einem Streuzustand zu einem gebundenen Targetkern-Zustand hinzugefügt ist und bei allen virtuellen Anregungen dieses Kerns, die es verursacht, in einem Streuzustand bleibt.

Das Gleichungssystem (4.54) wäre identisch mit den Gleichungen der gekoppelten Kanäle im engeren Sinn^{69,70)}, wenn die Bindungszustände des gestreuten Nukleons mitberücksichtigt würden; der üblichen Beschreibung durch das Schalenmodell folgend, berücksichtigen wir den Einfluß dieser Zustände jedoch gesondert, um die Resonanzen des Compoundkerns mehr explizit als in anderen Theorien beschreiben zu können, und koppeln die Streukanäle in (4.54) nur durch den Kontinuum-Kontinuum-Anteil der effektiven Wechselwirkungen. Der in dieser Näherung bestimmten Green-Funktion

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{4'23,2'3'4}^{c_{A-1}}(e) = & \sum_{s_{A-2}, s'_{A-2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int d^3k d^3k' (4'|k^{(4)}) \tilde{\chi}_{2'3'}^{s_{A-2}(D)*} G_{kk'}^{s_{A-2}, s'_{A-2}}(e) \tilde{\chi}_{23}^{s'_{A-2}(D)}(k'(\omega)/4) \end{aligned} \quad (4.60)$$

entspricht nach Einsetzen in (2.56) eine Näherung für die T-Matrix, die als der Anteil $T^{(\text{dir})}$ von dem in Kapitel 5.2 angegebenen exakten Ausdruck für diese Größe abspaltet und als Übergangsamplitude für direkte Streuprozesse interpretiert werden kann.

Eine zu Gleichung (4.51) analoge Formulierung des kontinuierlichen A+1-Nukleonen-Problems wird kompliziert durch die drei verschiedenartigen Produkte von Zweipunktfunktionen in (4.49), die aufzusummieren sind. Wenn man die durch diskrete Partialsummation des ersten Terms erhaltene Green-Funktion in Analogie zu (4.52) so interpretiert, daß sie gebundene p-h-Anregungen des Targetkerns und ein gestreutes Nukleon beschreibt, entspricht einer solchen Summation des zweiten Terms eine Vertauschung des angeregten Targetnukleons und des gestreuten Teilchens; der dritte Term beschreibt zwei Nukleonen in Kontinuumszuständen auf dem Hintergrund eines gebundenen Ein-Loch-Zustands. Das nach Einsetzen von (4.49) - zusammen mit dem Kontinuumsanteil von G^{HF} - in (2.33a) erhaltene Gleichungssystem läßt sich mit Hilfe der beiden obigen Partialsummen formulieren, wenn die Technik der Faddeev-Gleichungen benutzt wird^{68,94}). Das Resultat wird gleich in der Zweizeiten-Näherung angegeben.

Dazu definieren wir einen Propagator, der sich von dem rein diskret indizierten Term (4.18) durch Ersetzen von $G^{\text{QP,D}}$ und R^{d} durch $G^{\text{QP,C}}$ und R^{D} unterscheidet ,

$$\tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(ph)CA+1}(e) = \int_{S_A}^1 \int_{-\infty}^{\infty} d^3k \frac{\tilde{S}_{24}^{oS_A(D)} \tilde{S}_{2'4'}^{oS_A(D)*} (k^{(+)}/3')}{e - \omega_{S_A}^{(D)} - \epsilon_k + i0} , \quad (4.61)$$

und mit Hilfe von diesem sowie der Propagatoren

$$\tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(h)CA+1}(e) = \delta_{44'} \nu_4 \int_{-\infty}^{\infty} \int d^3k d^3k' \frac{(2/k^{(+)}) (3/k^{(+)}) (k^{(+)}/3') (k^{(-)}/2')}{e - \epsilon_k - \epsilon_{k'} + e_4 + i0} , \quad (4.62)$$

$$G_{11'}^{\text{HF,C}}(e) = \int_{-\infty}^{\infty} d^3k \frac{(1/k_{\text{HF}}^{(+)}) (k_{\text{HF}}^{(+)} / 1')}{e - \epsilon_k + i0} \quad (4.63)$$

die Blockmatrizen

$$\mathcal{G}_{11'}^{o(1)}(e) = \begin{pmatrix} G_{11'}^{HF,C}(e) & 0 \\ 0 & \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(ph)C_{A+1}}(e) \end{pmatrix}, \quad (4.64)$$

$$\mathcal{G}_{11'}^{o(2)}(e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(ph)C_{A+1}}(e) \end{pmatrix}, \quad \mathcal{G}_{11'}^{o(3)}(e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{o(h)C_{A+1}}(e) \end{pmatrix}.$$

In der Lösung $\mathcal{G}^{C_{A+1}}$ des Problems unterscheiden wir drei Anteile $\mathcal{G}^{(i)}$, ($i=1,2,3$), die jeweils die Terme in der störungstheoretischen Entwicklung dieser Green-Funktion zusammenfassen, die mit $\mathcal{G}^{o(1)}$ als erstem Faktor links beginnen. In einem entsprechenden Ansatz spalten wir außerdem von $\mathcal{G}^{C_{A+1}}$ rechts den antisymmetrisierten Einheitsoperator (4.6) ab

$$\mathcal{G}_{11'}^{C_{A+1}}(e) = (\mathcal{G}_{1\alpha}^{(1)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{(2)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{(3)}(e)) \mathcal{T}_{\alpha 1'}^{(as)}. \quad (4.65)$$

Die einzelnen Anteile von $\mathcal{G}^{C_{A+1}}$ lösen das gekoppelte Gleichungssystem

$$\mathcal{G}_{11'}^{(1)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o(1)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{o(1)}(e) \left(\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{(ph,1)}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(1)}(e) + \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(2)}(e) \right),$$

$$\mathcal{G}_{11'}^{(2)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o(2)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{o(2)}(e) \left(\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{(ph,2)}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(2)}(e) + \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(1)}(e) \right),$$

$$\mathcal{G}_{11'}^{(3)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o(3)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{o(3)}(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \left(\mathcal{G}_{\beta 1'}^{(1)}(e) + \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(2)}(e) + \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(3)}(e) \right). \quad (4.66)$$

Dabei enthalten die Teile der Wechselwirkung $\mathcal{K}$, die verschiedenartige Propagatoren $\mathcal{G}^{o(1)}$ oder die Größen $\mathcal{G}^{o(3)}$ untereinander verknüpfen, die volle effektive 2p-1h-Wechselwirkung und sind

durch (4.3) gegeben; dagegen ist in den restlichen nicht-diagonalen Anteilen die p-h-Wechselwirkung subtrahiert, die schon in den Propagatoren rechts und links von $\mathcal{K}$ aufsummiert ist

$$\mathcal{K}_{11'}^{(ph,n)}(e) = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{V}_{1,4'3'2'} \\ \tilde{V}_{234,1'} & \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph,n)}(e) \end{pmatrix} \quad (n=1,2) \quad ,$$

$$\tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph,1)}(e) = \tilde{K}_{4'23,2'3'4}(e) - \tilde{K}_{4'2,2'4}^{ph}(e - e_3) \delta_{33'} \quad , \quad (4.67)$$

$$\tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph,2)}(e) = \tilde{K}_{4'23,2'3'4}(e) - \tilde{K}_{4'3,3'4}^{ph}(e - e_2) \delta_{22'} \quad .$$

Bei der Herleitung von (4.66) wird Gebrauch von der Annahme (4.46) gemacht.

Beim Übergang zu einer Streukanal-Darstellung ähnlich wie (4.48) ist es zweckmäßig, die Lösungen von (4.66) weiter aufzuspalten und auch die Anteile mit verschiedenen Propagatoren $\mathcal{G}^{(i)}$ am rechten Ende der Produkte zu unterscheiden

$$\mathcal{G}_{11'}^{(n)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{(n,1)}(e) + \mathcal{G}_{11'}^{(n,2)}(e) + \mathcal{G}_{11'}^{(n,3)}(e) \quad (n=1,2,3) \quad . \quad (4.68)$$

Im folgenden vernachlässigen wir der Einfachheit halber die die Propagatoren $\mathcal{G}^{(3)}$ und damit das Problem zweier Nukleonen im Kontinuum, wie es in der Schalenmodelltheorie der Kernreaktionen notwendig ist. Unter Ausnutzung der verschiedenen Anordnung der diskreten und der kontinuierlichen Quantenzahlen in den verschiedenen Anteilen von $\mathcal{G}^{(1,2)}$ erhält man dann für (4.66) nach Einsetzen von (4.68) und Umformungen mit Hilfe der Orthogonalitäts- und Vollständigkeitsrelationen die kompakte Form

$$G_{kk'}^{S_A, S_A' (n, n')} (e) = (e - \epsilon_k - \omega_{S_A}^{(D)} + i0)^{-1} \quad (4.69)$$

$$\cdot \left(\delta_{nn'} \delta_{S_A S_A'} \delta(\underline{k} - \underline{k}') + \sum_{\nu=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} d^3x K_{kx}^{S_A, S_A' (n, \nu)} (e) G_{xk'}^{S_A, S_A' (\nu, n')} (e) \right) .$$

In die Gleichungen (4.69) ist der A-Nukleonen-Grundzustand einbezogen auf Grund einer einheitlichen Bezeichnung für die verschiedenen Kontinuum-Kontinuum-Wechselwirkungen

$$K_{kk'}^{0S_A(1,1)} = -K_{kk'}^{0S_A(1,2)} = \tilde{V}_{k_{HF}^{(+), \beta' k^{(+)} \delta'} \tilde{S}_{\beta' \delta'}^{0S_A(2)} ,$$

$$K_{kk'}^{S_A 0(1,1)} = -K_{kk'}^{S_A 0(2,1)} = \tilde{S}_{\beta \delta}^{0S_A(2)} * \tilde{V}_{\beta k^{(+)} \delta, k_{HF}^{(+)} ,$$

$$K_{kk'}^{S_A, S_A'(1,1)}(e) = \tilde{S}_{\beta \delta}^{0S_A(2)} * \tilde{K}_{\delta' \beta k^{(+), \beta' k^{(+)} \delta}^{(ph,1)}(e) \tilde{S}_{\beta' \delta'}^{0S_A'(2)} ,$$

(4.70)

$$K_{kk'}^{S_A, S_A'(1,2)}(e) = \tilde{S}_{\beta \delta}^{0S_A(2)} * \tilde{K}_{\delta' \beta k^{(+), k^{(+)} \beta' \delta}^{(ph,2)}(e) \tilde{S}_{\beta' \delta'}^{0S_A'(2)} ,$$

$$K_{kk'}^{S_A, S_A'(2,1)}(e) = \tilde{S}_{\beta \delta}^{0S_A(2)} * \tilde{K}_{\delta' k^{(+)} \beta, \beta' k^{(+)} \delta}^{(ph,1)}(e) \tilde{S}_{\beta' \delta'}^{0S_A'(2)} ,$$

$$K_{kk'}^{S_A, S_A'(2,2)}(e) = \tilde{S}_{\beta \delta}^{0S_A(2)} * \tilde{K}_{\delta' \beta k^{(+), \beta' k^{(+)} \delta}^{(ph,2)}(e) \tilde{S}_{\beta' \delta'}^{0S_A'(2)} , \quad (1S_A, 3S_A' \neq 10) .$$

Auf Grund der Tatsache, daß gewisse Teile der Blockmatrizen $\mathcal{G}^{(m,n)}$ verschwinden, sind die in (4.70) nicht angegebenen Matrixelemente der Wechselwirkung gleich null zu setzen. Wir geben nicht explizit an, wie sich die Lösungen $G_{kk'}^{ss'(n,n')}$ von (4.69) formal durch die ursprünglichen Größen (4.68) ausdrücken, sondern nur die inversen Beziehungen, die zur Bestimmung von $\mathcal{G}^{CA+1}$ aus diesen Lösungen dienen; die Summationen und Antisymmetrisierungen gemäß (4.65) und (4.68) sind dabei schon durchgeführt;

$$\tilde{G}_{11'}^{CA+1}(e) = \int_{-\infty}^{\infty} \int d^3k d^3k' (1/k_{HF}^{(+)} G_{kk'}^{00(1,1)}(e) (k_{HF}^{(+)} | 11') ,$$

$$\tilde{L}_{1,4'3'2'}^{CA+1}(e) = \frac{1}{2} \int_{S_A}^1 \int_{-\infty}^{\infty} \int d^3k d^3k'$$

$$\cdot (1/k_{HF}^{(+)} \{ \{ G_{kk'}^{0S_A'(1,1)}(e) \tilde{S}_{2'4'}^{0S_A'(2)} * (k^{(+)} | 3') + G_{kk'}^{0S_A'(1,2)}(e) \tilde{S}_{3'4'}^{0S_A'(2)} * (k^{(+)} | 2') \} - \{ 2' \leftrightarrow 3' \} \} ,$$

$$\tilde{L}_{234,1'}^{C_{A+1}}(e) = \frac{1}{2} \sum_{S_A'} \int_{-\infty}^{\infty} d^3k d^3k'$$

$$\cdot \{ (3|k^{(e)}) \tilde{\rho}_{24}^{oS_A^{(D)}} G_{kk'}^{S_A^{(1,1)}}(e) + (2|k^{(e)}) \tilde{\rho}_{34}^{oS_A^{(D)}} G_{kk'}^{S_A^{(2,1)}}(e) \} - \{ 2 \leftrightarrow 3 \} (k_{HF}^{(e)} | 1')$$

$$\tilde{L}_{4'23,2'3'4}^{C_{A+1}}(e) = \frac{1}{4} \sum_{S_A, S_A'} \int_{-\infty}^{\infty} d^3k d^3k'$$

$$\begin{aligned} & \cdot \{ (3|k^{(e)}) \tilde{\rho}_{24}^{oS_A^{(D)}} (G_{kk'}^{S_A S_A' (1,1)}(e) \tilde{\rho}_{2'4'}^{oS_A' (D)*} (k^{(e)} | 3') + G_{kk'}^{S_A S_A' (1,2)}(e) \tilde{\rho}_{3'4'}^{oS_A' (D)*} (k^{(e)} | 2')) \\ & + (2|k^{(e)}) \tilde{\rho}_{34}^{oS_A^{(D)}} (G_{kk'}^{S_A S_A' (2,1)}(e) \tilde{\rho}_{2'4'}^{oS_A' (D)*} (k^{(e)} | 3') + G_{kk'}^{S_A S_A' (2,2)}(e) \tilde{\rho}_{3'4'}^{oS_A' (D)*} (k^{(e)} | 2')) \} \\ & - \{ 2 \leftrightarrow 3 \} - \{ 2' \leftrightarrow 3' \} + \{ 2,3 \leftrightarrow 2',3' \} \} \end{aligned} \quad (4.71)$$

Ähnlich wie im Fall der Gleichung (4.32) macht in (4.71) die ungenügende Symmetrie der Matrix Antisymmetrisierung auf beiden Seiten notwendig.

Die Green-Funktionen in Streukanal-Darstellung (4.69) sind identisch mit den durch (4.59) definierten, wenn die Unterschiede zwischen Hartree-Fock- und optischem Potential unberücksichtigt bleiben, zusammen mit (4.58) die zu (4.57) analoge Bedingung

$$|S_A\rangle = \int_{24} (z_2 z_4)^{-\frac{1}{2}} \tilde{\rho}_{24}^{oS_A^{(D)}} \psi_2^+ \psi_4 |0\rangle \quad (4.72)$$

für die angeregten Targetkern-Zustände erfüllt ist und zusätzlich alle Austauschsterme vernachlässigt werden. Mit der letzten Näherung - $n=n'=1$ - erhält das System (4.69) die Form der Gleichungen der gekoppelten Kanäle.

Ähnlich wie das 2p-1h-Problem (3.8), das in erster Näherung in die Unterprobleme (4.32), (4.54) und (4.69) zerlegt wurde, läßt sich auch das 3p-Problem (C.33) behandeln. Das diskrete Eigenwertproblem wie die Integralgleichung werden zweckmäßig als Wechselwirkung eines Nukleons mit einem durch Vordagonalisierung bestimmten 2p-Boson formuliert. Die Gleichung für die Green-Funktion der direkten Streuung enthält zwei Terme, die den Austausch des gestreuten Teilchens mit denen des Targetkern-Zustands beschreiben.

5. Die Berechnung von Streuamplituden

5.1 Die Ankopplung von Doorway-Zuständen an die Streukanäle und an kompliziertere Zustände des Compoundkerns

Zur Berechnung der im Rahmen unseres Modells exakten 2p-1h-Green-Funktion $\mathcal{G}$, die die Integralgleichung (4.4) löst, aus den in Kapitel 4 bestimmten Teillösungen $\mathcal{G}^d$ und $\mathcal{G}^c$, ist es zweckmäßig, Gleichung (4.4) in eine effektive Schrödinger-Gleichung in einer Darstellung durch die approximativen Doorway-Zustände, die Pole von $\mathcal{G}^d$, umzuformen. Mit Hilfe dieser Gleichung, die ein Analogon in der Feshbachschen Theorie der Kernreaktionen hat (Gleichung (3.18) von Ref.^{14a}), werden die Wellenfunktionen und Energieniveaus der Doorway-Zustände durch komplexe effektive Wechselwirkungen verzerrt, die zugleich den Einfluß der Kontinua der verschiedenen Streukanäle und den der Compoundkern-Zustände mit komplizierterer als 2p-1h-Struktur berücksichtigen. Bei den notwendigen algebraischen Umformungen wird vor allem Gebrauch von dem Konzept des reduzierbaren Vertex gemacht, der schon eine Rolle bei der Herleitung der Streuamplituden in Abschnitt 2.6 spielte.

Der der Lösung von Gleichung (4.4) entsprechende reduzierbare Vertex $\mathcal{T}$, der durch (2.38a) oder in Kurzschreibweise durch

$$\mathcal{G}_{11'}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{o(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^o(e) \mathcal{T}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^o(e) \quad (5.1)$$

oder

$$\mathcal{K}_{1\alpha}(e) \mathcal{G}_{\alpha 1'}(e) = \mathcal{T}_{1\alpha}(e) \mathcal{G}_{\alpha 1'}^o(e) \quad (5.2)$$

definiert ist, genügt ebenfalls einer Gleichung vom Bethe-Salpeter-Typ. Nach Multiplikation von (4.4) mit $\mathcal{K}$ von links und Umwälzung der Antisymmetrie von der rechten auf die linke

Seite von $\mathcal{G}^0$ erhält man

$$\mathcal{T}_{11'}(e) = \mathcal{K}_{11'}^{(as)}(e) + \mathcal{K}_{1\alpha}(e) \mathcal{G}_{\alpha\beta}^0(e) \mathcal{T}_{\beta 1'}(e) \quad , \quad (5.3)$$

wobei von der Abkürzung (4.8) Gebrauch gemacht ist. Eine solche Gleichung existiert nicht für den durch (2.38c) definierten Vertex $\mathcal{T}^{(ph)}$, da der entsprechende Propagator nullter Ordnung nicht die Symmetrie von $\mathcal{G}^0$ hat.

Mit Hilfe derselben einfachen Algebra, mit der man die Äquivalenz der Gleichung (4.10) mit dem Gleichungspaar (4.15) und (4.16) zeigt, läßt sich (5.3) durch Aufspalten von $\mathcal{G}^0$ nach (4.9) ersetzen durch

$$\mathcal{T}_{11'}^C(e) = \mathcal{K}_{11'}^{(as)}(e) + \mathcal{K}_{1\alpha}(e) \mathcal{G}_{\alpha\beta}^{0,C}(e) \mathcal{T}_{\beta 1'}^C(e) \quad , \quad (5.4)$$

$$\mathcal{T}_{11'}(e) = \mathcal{T}_{11'}^C(e) + \mathcal{T}_{1\alpha}^C(e) \mathcal{G}_{\alpha\beta}^{0,D}(e) \mathcal{T}_{\beta 1'}(e) \quad . \quad (5.5)$$

Durch Vergleich der Integralgleichungen (5.4) und (4.11), die beide die Wechselwirkung $\mathcal{K}$ zusammen mit $\mathcal{G}^{0,C}$ aufsummieren, kann man die Lösung der ersten Gleichung durch die der zweiten ausdrücken

$$\mathcal{T}_{11'}^C(e) = \mathcal{K}_{11'}^{(as)}(e) + \mathcal{K}_{1\alpha}(e) \mathcal{G}_{\alpha\beta}^C(e) \mathcal{K}_{\beta 1'}(e) \quad . \quad (5.6)$$

Indem man in der Zerlegung (5.1) die Funktion $\mathcal{G}^0$ durch ihre Bestandteile $\mathcal{G}^{0,C}$ oder $\mathcal{G}^{0,D}$ ersetzt, kann man mit Hilfe des reduzierten Vertex die Anteile $\mathcal{G}^{(C)}$ und $\mathcal{G}^{(D)}$ der Green-Funktion definieren, die in der iterativen Entwicklung der Lösung von (4.4) die Terme mit $\mathcal{G}^{0,C}$ oder $\mathcal{G}^{0,D}$ als erstem und letztem Faktor zusammenfassen

$$\mathcal{G}_{11'}^{(C)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{0,C(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{0,C}(e) \mathcal{T}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{0,C}(e) \quad , \quad (5.7)$$

$$\mathcal{G}_{11'}^{(D)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{0,D(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{0,D}(e) \mathcal{T}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{0,D}(e) \quad . \quad (5.8)$$

In den Beziehungen (5.5) und (5.8) sind die Größen $\mathcal{T}, \mathcal{T}^c, \mathcal{G}^{(D)}$ und $\mathcal{G}^{0,D}$ auf dieselbe Art verknüpft wie $\mathcal{T}, \mathcal{K}, \mathcal{G}$ und $\mathcal{G}^0$ durch (5.3) und (5.1). Daher läßt sich durch die Umkehrung des von (4.4) zu (5.3) führenden Schlusses eine (4.4) analoge Integralgleichung herleiten, die $\mathcal{G}^{(D)}$ aus der Größe $\mathcal{T}^c$ als effektiver Wechselwirkung bestimmt

$$\mathcal{G}_{11'}^{(D)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^{0,D(as)}(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^{0,D}(e) \mathcal{T}_{\alpha\beta}^c(e) \mathcal{G}_{\beta 1'}^{(D)}(e) \quad (5.9)$$

Nach Einsetzen des Ausdrucks (5.6) für $\mathcal{T}^c$ kann entweder der erste Term $\mathcal{K}$ dieser Größe mittels (4.10) partiell aufsummiert werden, was zu

$$\mathcal{G}_{11'}^{(D)}(e) = \mathcal{G}_{11'}^D(e) + \mathcal{G}_{1\alpha}^D(e) \left(\mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta\beta'}^c(e) \mathcal{K}_{\beta'\alpha'}(e) \right) \mathcal{G}_{\alpha'1'}^{(D)}(e) \quad (5.10)$$

führt, oder aber mit Hilfe von (4.15) der durch (4.12) definierte Doorway-Anteil $\mathcal{K}^d$ dieser Größe, wobei man aus (5.9) die Gleichung

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{11'}^{(D)}(e) &= \mathcal{G}_{11'}^d(e) \\ &+ \mathcal{G}_{1\alpha}^d(e) \left(\mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta\beta'}^c(e) \mathcal{K}_{\beta'\alpha'}(e) + \mathcal{K}_{\alpha\alpha'}^q(e) \right) \mathcal{G}_{\alpha'1'}^{(D)}(e) \end{aligned} \quad (5.11)$$

erhält.

Auf Grund der Symmetrie der Ableitungen ist neben (5.10) eine andere Gleichung gültig, in der die Symbole C und D vertauscht sind. Diese Gleichung würde eine effektive Wechselwirkung aufsummieren, die als Pole die Energien der näherungsweisen Doorway-Zustände besitzt, und ihre Lösung entspräche direkt Feshbachs^{14a,16)} Behandlung der effektiven Schrödinger-Gleichung oder der Lösung der Dyson-Gleichung mit einem einzigen Polterm im Massenoperator durch Brenig⁵⁷⁾. Für unsere Zwecke ist es bequemer, Gleichung (5.11) zu lösen, was mit einer analogen Methode möglich ist. Dazu setzen wir zunächst die Pol-

entwicklung (4.40) für $\mathcal{G}^{\text{d}}$ in (5.11) ein und kürzen - bis auf Faktoren $\alpha_{\alpha'}^{\text{t}}$ - die rechte Seite dieser Gleichung ab durch

$$(e - e_{\text{t}}^{(\text{d})}) \lambda_{\alpha'}^{\text{t}}(e) = \alpha_{\alpha}^{\text{t}(\text{d})*} + \alpha_{\alpha}^{\text{t}(\text{d})*} (\mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \mathcal{G}_{\beta\beta'}^{\text{c}}(e) \mathcal{K}_{\beta'\alpha'}(e) + \mathcal{K}_{\alpha\alpha'}^{\text{q}}(e)) \mathcal{G}_{\alpha'\alpha'}^{(\text{d})}(e). \quad (5.12)$$

Nach Multiplikation von Gleichung (5.11) mit den Größen links von $\mathcal{G}^{(\text{D})}$ in (5.12) läßt sich auch ihre linke Seite durch die λ_1^{t} ausdrücken, und man bekommt für diese Größen das Gleichungssystem

$$\sum_{\text{t}'=1}^n \{ (e - e_{\text{t}}^{(\text{d})}) \delta_{\text{t}\text{t}'} - W_{\text{t}\text{t}'}^{\text{c}}(e) - W_{\text{t}\text{t}'}^{\text{q}}(e) \} \lambda_{\alpha'}^{\text{t}'}(e) = \alpha_{\alpha'}^{\text{t}*} \quad (5.13)$$

mit

$$W_{\text{t}\text{t}'}^{\text{c}}(e) = \alpha_{\beta'}^{\text{t}(\text{d})*} \mathcal{K}_{\beta'\alpha'}(e) \mathcal{G}_{\alpha'\alpha}^{\text{c}}(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \alpha_{\beta}^{\text{t}(\text{d})}, \quad (5.14)$$

$$W_{\text{t}\text{t}'}^{\text{q}}(e) = \alpha_{\alpha}^{\text{t}(\text{d})*} \mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\text{q}}(e) \alpha_{\beta}^{\text{t}'} \quad (5.15)$$

Das ist die Darstellung durch Doorway-Zustände von Gleichung (5.11), die für eine beliebige Anzahl von Doorway-Zuständen und unabhängig von Orthogonalitätseigenschaften der Amplituden gültig ist.

In Gleichung (5.13) werden die Doorway-Zustände mit den Energien nullter Ordnung $e_{\text{t}}^{(\text{d})}$ an das Kontinuum und an die komplizierteren Compoundkern-Zustände durch die effektiven Wechselwirkungen W^{c} und W^{q} gekoppelt. Diese nicht-hermiteschen und energieabhängigen Matrizen können jeweils in einen hermiteschen und einen anti-hermiteschen Anteil zerlegt werden, die nichtdiagonale Verallgemeinerungen von Zahlen mit der Be-

deutung einer Niveau-Verschiebung und einer Resonanzbreite darstellen. Wir geben diese Größen in der speziellen Näherung von Abschnitt 5.3 explizit an.

Die Lösung der inhomogenen linearen Gleichung (5.13) läßt sich durch die Eigenwerte e_i und Eigenvektoren $x^{(i)}$ der zugeordneten homogenen Gleichung ausdrücken ,

$$\sum_{t'=1}^n \{ (e_i(e) - e_t^{(d)}) \delta_{tt'} - W_{tt'}^C(e) - W_{tt'}^Q(e) \} x_{t'}^{(i)}(e) = 0, \quad i=1, \dots, n, \quad (5.16)$$

die für einen hinreichend dichten Wertebereich der Variablen e auszurechnen sind. Da die diagonalisierte Matrix nicht-hermitesch ist, müssen auch die adjungierten Vektoren bestimmt werden, die den Beziehungen

$$\sum_{t=1}^n x_t^{(i)\dagger}(e) x_t^{(j)}(e) = \delta_{ij}, \quad \sum_{i=1}^n x_t^{(i)}(e) x_t^{(i)\dagger}(e) = \delta_{tt'}, \quad (5.17)$$

genügen. Die Lösung von Gleichung (5.13) ist dann gegeben durch

$$\lambda_{11'}^t(e) = \sum_{i,t'} \frac{x_t^{(i)}(e) x_{t'}^{(i)\dagger}(e)}{e - e_i(e)} \alpha_{1'}^{t'(d)}. \quad (5.18)$$

Wenn man diesen Ausdruck in (5.11) für die durch (5.12) abgekürzten Terme der rechten Seite substituiert, erhält man als Lösung von Gleichung (5.11)

$$\mathcal{G}_{11'}^{(D)}(e) = \sum_{i,t,t'} \frac{\alpha_{1'}^{t'(d)} x_t^{(i)}(e) x_{t'}^{(i)\dagger}(e) \alpha_{1'}^{t'(d)*}}{e - e_i(e)}. \quad (5.19)$$

Als letzten Schritt der Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung (4.4) kann man, nach länglicher aber einfacher Rechnung verifizieren, daß sich $\mathcal{G}^{(D)}$ durch die Funktion $\mathcal{G}^C$ und die durch (4.5) definierte Einheitsmatrix zur vollständigen Green-Funktion $\mathcal{G}$ ergänzen läßt; man bekommt schließlich

$$\mathcal{G}_{11'}(e) = \mathcal{G}_{11'}^C(e)$$

(5.20)

$$+ \left(\mathcal{I}_{1\beta} + \mathcal{G}_{1\alpha}^C(e) \mathcal{K}_{\alpha\beta}(e) \right) \mathcal{G}_{\beta\beta'}^{(D)}(e) \left(\mathcal{I}_{\beta'1'} + \mathcal{K}_{\beta'1'}(e) \mathcal{G}_{11'}^C(e) \right) .$$

5.2 Formeln für die T-Matrizen

Durch Einsetzen der Ausdrücke (5.19) und (5.20) für die Greenschen Funktionen in den Identitäten (2.55)-(2.58) erhält man Formeln für die T-Matrizen und Streuamplituden, die äquivalent zu den in Abschnitt 3.2 angegebenen formalen Darstellungen sind und im Gegensatz zu diesen nur Größen enthalten, die durch konkret bestimmte mathematische Verfahren ausgerechnet werden können. Wie in Abschnitt 3.2 werden die Zwei-Zeiten-Näherungen (3.16)-(3.18) für die effektiven Wechselwirkungen benutzt, die die Green-Funktionen mit den p-h- und 2p-Amplituden der Targetkern-Zustände verbinden. Die letzteren werden durch die Bethe-Salpeter-Gleichungen für diese Unterprobleme (C.1) und (C.2) bestimmt.

In Übereinstimmung mit der Entkopplung der Kontinua in Abschnitt 4.3 sollen auch die Rechnungen des Abschnitts 5.1 getrennt für das A+1- und das A-1-Nukleonen-Problem durchgeführt werden; die Doorway-Zustände des A+1 (A-1)-Systems werden also nur an die Green-Funktion $\mathcal{G}^{C_{A+1}} (\mathcal{G}^{C_{A-1}})$ gekoppelt. Mit geeigneten Umdefinitionen der im vorigen Abschnitt vorkommenden Größen dient der dort entwickelte Formalismus auch zur Berechnung von 3p-Amplituden $x_{t_{A+3}}^{(i_{A+3})}$ aus den Amplituden $\tilde{C}^{t_{A+3}}$ (3.19) und der entsprechenden Energien sowie von Green-Funktionen $\mathcal{G}^{C_{A+3}}$ für direkte Prozesse.

Die folgenden Ausdrücke erhält man für die T-Matrizen der Nukleonenstreuung an magischen Kernen

$$T_{k'k}^{00} = T_{k'k}^{HF} + T_{k'k}^{00(dir)} + \int_{t,t',i(A_{\pm 1})} \left(\Gamma_{k'k}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon_k) \alpha_{\alpha'}^{t'(d)} + \Gamma_{k'k}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon_k) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t'(d)} \right) \cdot \frac{X_{t'}^{(i)}(\epsilon_k) X_t^{(i)\dagger}(\epsilon_k)}{\epsilon_k - e_i(\epsilon_k)} \left(\alpha_{\alpha}^{t(d)*} \Gamma_{\alpha k_{HF}^{(i)}}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon_k) + \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d)*} \Gamma_{\beta\gamma\delta, k_{HF}^{(i)}}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon_k) \right),$$

$$T_{k'k}^{00(dir)} = \Gamma_{k'k}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon_k), \quad (5.21)$$

$$T_{k'k}^{S_{A^0}} = T_{k'k}^{S_{A^0}(dir)}$$

$$+ \int_{t,t',i(A_{\pm 1})} \sqrt{2} \tilde{S}_{\beta\gamma\delta}^{0S_{A^0}} \left(\Gamma_{\beta k'k}^{(ph)C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \alpha_{\alpha'}^{t'(d)} + \Gamma_{\beta k'k}^{(ph)C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t'(d)} \right) \cdot \frac{X_{t'}^{(i)}(\epsilon) X_t^{(i)\dagger}(\epsilon)}{\epsilon - e_i(\epsilon)} \left(\alpha_{\alpha}^{t(d)*} \Gamma_{\alpha k_{HF}^{(i)}}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) + \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d)*} \Gamma_{\beta\gamma\delta, k_{HF}^{(i)}}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \right),$$

$$T_{k'k}^{S_{A^0}(dir)} = \sqrt{2} \tilde{S}_{\beta\gamma\delta}^{0S_{A^0}} \Gamma_{\beta k'k, k_{HF}^{(i)}}^{(ph)C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \quad (|S_{A^0}| \neq 0, \quad \epsilon = \epsilon_k = \epsilon_{k'} + \omega_{S_{A^0}}), \quad (5.22)$$

wobei

$$\Gamma_{11'}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) = \tilde{V}_{1, \delta\gamma\beta} \tilde{L}_{\beta\gamma\delta, \beta\gamma\delta}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \tilde{V}_{\beta\gamma\delta, 1'},$$

$$\Gamma_{1,4'3'2'}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) = \tilde{V}_{1,4'3'2'} + \tilde{V}_{1, \delta\gamma\beta} \left(\tilde{L}_{\beta\gamma\delta, \alpha'}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \tilde{V}_{\alpha',4'3'2'} + \tilde{L}_{\beta\gamma\delta, \beta\gamma\delta}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \tilde{K}_{4',\beta\gamma\delta, 2'3'\delta}(\epsilon) \right),$$

$$\Gamma_{234,1'}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) = \tilde{V}_{234,1'} + \left(\tilde{V}_{234, \alpha} \tilde{L}_{\alpha, \delta'\gamma'\beta'}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) + \tilde{K}_{\delta 23, \beta\gamma\delta}(\epsilon) \tilde{L}_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \right) \tilde{V}_{\beta'\gamma'\delta, 1'},$$

$$\Gamma_{234,1'}^{(ph)C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) = \tilde{V}_{234,1'} + \left(\tilde{V}_{234, \alpha} \tilde{L}_{\alpha, \delta'\gamma'\beta'}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) + \tilde{K}_{\delta 23, \beta\gamma\delta}^{(ph)}(\epsilon) \tilde{L}_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{C_{A_{\pm 1}}}(\epsilon) \right) \tilde{V}_{\beta'\gamma'\delta, 1'},$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{4'23,2'3'4}^{(ph)C_{A\pm 1}}(\epsilon) = & \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph)}(\epsilon) + (\tilde{V}_{234,\alpha} G_{\alpha\alpha'}^{C_{A\pm 1}}(\epsilon) + \tilde{K}_{\delta 23,\beta\gamma 4}^{(ph)}(\epsilon) \tilde{L}_{\beta\gamma\delta,\alpha'}^{C_{A\pm 1}}(\epsilon) \tilde{V}_{\alpha'4'3'2'}) \\ & + (\tilde{V}_{234,\alpha} \tilde{L}_{\alpha,\delta'\gamma'\beta'}^{C_{A\pm 1}}(\epsilon) + \tilde{K}_{\delta 23,\beta\gamma 4}^{(ph)}(\epsilon) \tilde{L}_{\delta'\beta\gamma,\beta'\gamma'\delta'}^{C_{A\pm 1}}(\epsilon)) \tilde{K}_{4'\beta'\gamma',2'3'\delta'}(\epsilon) . \end{aligned} \quad (5.23)$$

In den Summationen von (5.21) und (5.22) beziehen sich die drei Summationsindizes gemeinsam auf das A+1- oder auf das A-1-Nukleonen-System. Die zu diesen beiden Systemen gehörigen Γ -Vertices werden in (5.23) einheitlich definiert; der Zweipunkt- und Vierpunkt-Anteil von $\mathcal{G}^{C_{A-1}}$ ist dabei gleich null zu setzen.

Die T-Matrizen für die Nukleonenstreuung an Zwei-Loch- und Zwei-Teilchen-Kernen sind

$$\begin{aligned} T_{k'k}^{S'_{A-2}, S_{A-2}} = & T_{k'k} \delta_{S'_{A-2}, S_{A-2}} + T_{k'k}^{S'_{A-2}, S_{A-2}}(dir) \\ & + \int_{t'_{A-1}, t'_{A-1}} \tilde{\chi}_{\tilde{\beta}, \tilde{\delta}'}^{S'_{A-2}} (\Gamma_{\alpha', k'(t) \tilde{\beta}, \tilde{\delta}'}^{(pp)C}(\epsilon) \alpha_{\alpha'}^{t'(d)*} + \Gamma_{k'(t) \tilde{\beta}, \tilde{\delta}', \delta'}^{(pp)C}(\epsilon) \tilde{b}_{\beta', \gamma', \delta'}^{t'(d)*}) \\ & \cdot \frac{X_{t'}^{(i)}(\epsilon) X_{\pm}^{(ii)\dagger}(\epsilon)}{\epsilon + e_i(\epsilon)} \left(\alpha_{\alpha'}^{t(d)} \Gamma_{\tilde{\beta}, \tilde{\delta}', k^{(t)}}^{(pp)C}(\epsilon) + \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d)} \Gamma_{\delta', \tilde{\beta}, \tilde{\delta}', \beta\gamma k^{(t)}}^{(pp)C}(\epsilon) \right) \tilde{\chi}_{\tilde{\beta}, \tilde{\delta}'}^{S_{A-2}*} , \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$T_{k'k}^{S'_{A-2}, S_{A-2}}(dir) = - \tilde{\chi}_{\beta', \gamma'}^{S'_{A-2}} \Gamma_{k'(t) \beta\gamma, \beta', \gamma', k^{(t)}}^{(pp)C}(\epsilon) \tilde{\chi}_{\beta\gamma}^{S_{A-2}*}$$

$$(\epsilon = \epsilon_k + \omega_{S_{A-2}} = \epsilon_{k'} + \omega_{S'_{A-2}})$$

mit

$$\begin{aligned} \Gamma_{234,4'}^{(pp)C}(\epsilon) = & \tilde{V}_{234,4'} + \tilde{K}_{\delta 23,\beta\gamma 4}^{(pp)}(\epsilon) \tilde{L}_{\delta', \beta\gamma, \beta', \gamma', \delta'}^{C_{A-1}}(\epsilon) \tilde{V}_{\beta', \gamma', \delta', 4'} , \\ \Gamma_{4', 4'3'2'}^{(pp)C}(\epsilon) = & \tilde{V}_{4', 4'3'2'} + \tilde{V}_{4', \delta'\gamma'\beta'} \tilde{L}_{\delta', \beta\gamma, \beta', \gamma', \delta'}^{C_{A-1}}(\epsilon) \tilde{K}_{4'\beta', \gamma', 2'3'\delta'}^{(pp)} , \\ \Gamma_{4'23,2'3'4}^{(pp)C}(\epsilon) = & \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(pp)} + \tilde{K}_{\delta 23,\beta\gamma 4}^{(pp)}(\epsilon) \tilde{L}_{\delta', \beta\gamma, \beta', \gamma', \delta'}^{C_{A-1}}(\epsilon) \tilde{K}_{4'\beta', \gamma', 2'3'\delta'}^{(pp)}(\epsilon) \end{aligned} \quad (5.25)$$

und

$$\begin{aligned}
 T_{k'k}^{S'_{A+2}, S_{A+2}} &= T_{k'k} \delta_{S'_{A+2}, S_{A+2}} + T_{k'k}^{S'_{A+2}, S_{A+2}} (dir) \\
 &+ \int_{t_{A+3}, t'_{A+3}, i_{A+3}} 3 \tilde{\chi}_{\alpha' \beta'}^{S'_{A+2}*} \hat{\Gamma}_{\alpha' \beta', k', i_{A+3}}^{(PP)C} \sim t'(d) \frac{\chi_{t'}^{(i_{A+3})}(\epsilon) \chi_{t'}^{(i_{A+3})\dagger}(\epsilon)}{\epsilon - e_{i_{A+3}}(\epsilon)} \sim t(d) * \hat{\Gamma}_{\alpha \beta \gamma, \bar{\alpha} \bar{\beta} k^{(t)}}^{(PP)C}(\epsilon) \tilde{\chi}_{\bar{\alpha} \bar{\beta}}^{S_{A+2}}, \\
 T_{k'k}^{S'_{A+2}, S_{A+2}} (dir) &= \tilde{\chi}_{\alpha' \beta'}^{S'_{A+2}*} \hat{\Gamma}_{\alpha' \beta', k', i_{A+3}}^{(PP)}(\epsilon) \tilde{\chi}_{\alpha \beta}^{S_{A+2}} \quad (5.26)
 \end{aligned}$$

$$(\epsilon = \epsilon_k + \omega_{S_{A+2}} = \epsilon_{k'} + \omega_{S'_{A+2}})$$

mit

$$\begin{aligned}
 \hat{\Gamma}_{123, 1'2'3'}^{(PP)C}(\epsilon) &= \tilde{K}_{123, 1'2'3'}^{(PP)}(\epsilon) - (2' \leftrightarrow 3') - (1' \leftrightarrow 3') \\
 &+ 3 \tilde{K}_{123, \alpha \beta \gamma}^{(PP)}(\epsilon) \tilde{G}_{\alpha \beta \gamma, \alpha' \beta' \gamma'}^{C_{A+3}}(\epsilon) \tilde{K}_{\alpha' \beta' \gamma', 1'2'3'}^{(PP)}(\epsilon) \quad (5.27)
 \end{aligned}$$

Die Formeln (5.21), (5.22), (5.24) und (5.26) lassen sich im wesentlichen nach denselben Gesichtspunkten interpretieren, die bei der Diskussion der einfacheren Ausdrücke (3.23), (3.24), (3.33) und (3.34) eine Rolle spielten. Sie unterscheiden sich von den früheren Ausdrücken vor allem darin, daß der Spektralteil der T-Matrizen anstelle des Kontinuums von exakten Eigenzuständen des Compoundsystems diskrete komplexe Pole enthält, die den Energieniveaus und Breiten der quasi-stationären Doorway-Zustände entsprechen. Vor dem Einfang in einen solchen Resonanzzustand und ebenso, nachdem es diesen verlassen hat, kann ein Nukleon virtuell in die Kontinua aller möglichen Streukanäle gestreut werden; die das beschreibenden Green-Funktionen $\mathcal{G}^C$, die einen Doorway-Zustand mit dem asymptotischen Anfangs- und Endzustand verknüpfen, sind explizit durch die

evidenten Ausdrücke (4.60) und (4.71) gegeben. Ein gestreutes Nukleon kann den Kanal des Endzustands auch erreichen, nachdem es sich in gar keinem oder nur in dem Kontinuum angehörenden Zwischenzuständen aufgehalten hat, also ohne einen Doorway-Zustand gebildet zu haben: die Bornschen Wechselwirkungsterme der früheren Formeln sind jetzt durch einen Term mit der Green-Funktion $\mathcal{G}^C$ zu einer Teilamplitude $T^{(\text{dir})}$ ergänzt, die solche "direkten" Streuprozesse beschreibt.

Die angegebenen Ausdrücke für die T-Matrizen enthalten die exakten komplexen Pole der Doorway-Zustände nur implizit als die möglichen Nullstellen der Energienenner des Spektralteils. Das Vorkommen energieabhängiger Pole in den Formeln garantiert, im Gegensatz zu einer Näherung durch meromorphe Funktionen, die korrekten funktionentheoretischen Eigenschaften der Streuamplituden. Ein konkreter Vorteil ist, daß das Verhalten in der Nähe der Schwellenenergien für die einzelnen Streuprozesse, die mathematisch Verzweigungspunkte von Riemannschen Flächen darstellen, richtig beschrieben wird; so werden die Energienenner unterhalb der elastischen Schwellen reell. Streng meromorphe Näherungen der Polterme führen zu zusätzlichen Renormierungen der Residuen⁵⁷⁾.

5.3 Isolierte Resonanzen und Breit-Wigner-Formeln

Um Streuquerschnitte im Rahmen des bis jetzt entwickelten Modells zu berechnen, ist wegen der Energieabhängigkeit der Matrizen in Abschnitt 5.1 im Prinzip für einen ganzen Satz von Energiewerten je eine Diagonalisierung notwendig. Praktisch kann man sich jedoch in vielen Fällen, vor allem bei der Berechnung schmaler Resonanzen bei niedrigen Energien, auf die einmalige Diagonalisierung mit dem konstanten Teil der effektiven Wechselwirkung beschränken, die in Abschnitt 4.2 behandelt wurde, und die energieabhängige Wechselwirkung zwischen den Doorway-Zuständen in Gleichung (5.16) in erster Ordnung Störungsrechnung berücksichtigen.

Die Bornsche Näherung für Gleichung (5.16) ist exakt, wenn nur ein Doorway-Zustand vorhanden ist, und ist eine gute Näherung für eine isolierte Resonanz $e_t^{(d)}$, deren Abstand zu den anderen Resonanzen groß ist im Verhältnis zu den Matrixelementen, die sie mit ihnen verknüpfen, d.h., wenn für alle Doorway-Zustände $t' \neq t$

$$|W_{tt'}^C + W_{tt'}^q| \ll |e_t^{(d)} - e_{t'}^{(d)}| \quad (5.28)$$

Die genäherten Eigenwerte und Eigenvektoren für solche Resonanzen sind gegeben durch

$$e_{i(t_{A\pm 1})}(e) \approx e_{t_{A\pm 1}}^{(d)} + W_{tt}^C(e) + W_{tt}^q(e) \quad (5.29)$$

$$X_{t'}^{(i(t))} \approx \delta_{tt'} \quad (5.30)$$

Die Zerlegung der durch (5.29) gegebenen Energiekorrekturen in Real- und Imaginärteil definiert Niveau-Verschiebungen und Resonanzbreiten der Doorway-Zustände

$$W_{t_{A\pm 1}, t_{A\pm 1}}^C(\pm e) = \pm (\Delta_{t_{A\pm 1}}^\uparrow(e) - \frac{i}{2} \gamma_{t_{A\pm 1}}^\uparrow(e)) \quad (5.31)$$

$$W_{t_{A\pm 1}, t_{A\pm 1}}^q(\pm e) = \pm (\Delta_{t_{A\pm 1}}^\downarrow(e) - \frac{i}{2} \gamma_{t_{A\pm 1}}^\downarrow(e))$$

Wir unterscheiden die Größen in (5.31) durch die üblichen Symbole, die sich auf die verschiedenen zu Energiekorrekturen Anlaß gebenden Zerfallsmöglichkeiten der Doorway-Zustände beziehen: des "externen" Zerfalls ($\uparrow$), der Nukleonenemission in den Ausgangskanal, und des internen ($\downarrow$) Zerfalls, des Übergangs zu komplizierteren Zuständen des Compoundkerns. Wir definieren auch totale Energieverschiebungen und Breiten durch

$$\Delta_t(e) = \Delta_t^\uparrow(e) + \Delta_t^\downarrow(e) \quad , \quad \gamma_t(e) = \gamma_t^\uparrow(e) + \gamma_t^\downarrow(e) \quad (5.32)$$

Die Energiekorrekturen auf Grund der Kopplung der Doorway-Zustände an die Compoundkern-Zustände lassen sich einfach durch die diese Kopplung vermittelnden effektiven Wechselwirkungen ausdrücken, die durch (4.13) gegeben sind

$$\Delta_{t_{A\pm 1}}^{\downarrow}(e) = \pm \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A\pm 1}(d)} * \tilde{K}_{\delta'\beta\gamma,\beta'\gamma'\delta}^{q(re)}(\pm e) \tilde{b}_{\beta'\gamma'\delta'}^{t_{A\pm 1}(d)}, \quad (5.33)$$

$$\gamma_{t_{A\pm 1}}^{\downarrow}(e) = \pm 2 \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A\pm 1}(d)} * \tilde{K}_{\delta'\beta\gamma,\beta'\gamma'\delta}^{q(im)}(\pm e) \tilde{b}_{\beta'\gamma'\delta'}^{t_{A\pm 1}(d)}. \quad (5.34)$$

Wie ein Vergleich mit ähnlichen Theorien²⁴⁾ zeigt, muß eine sinnvolle Parametrisierung der Matrix $K^{q(im)}(e)$ positiv bzw. negativ definit im rechten bzw. linken Teilstück der e-Achse sein; für positive Energien sind die durch (5.34) definierten Breiten also positiv.

Bei der Bestimmung der durch Nukleonenemission verursachten Breiten und Niveau-Verschiebungen ist gewöhnlich zusätzlich zu (5.29) eine weitere Vereinfachung möglich. Die Berücksichtigung der Wechselwirkung w^C , die in (5.16) die diskreten Zustände an das Kontinuum koppelt, nur in erster Ordnung läßt sich dadurch motivieren, daß die auf einer Seite der Matrixelemente von $\mathcal{K}$ in (5.14) gemeinsam vorkommenden Einteilchenwellenfunktionen mit diskreten und kontinuierlichen Quantenzahlen sich nur wenig überlappen^{17,20,59)}. Wenn dieses Argument gültig ist, ist es konsequent, die Kontinuum-Kontinuum-Wechselwirkung in den Gleichungen (4.51) und (4.66) ganz zu vernachlässigen, da ihre Matrixelemente eine solche Kombination von Wellenfunktionen auf beiden Seiten enthalten. Jede dieser Näherungen versagt sicherlich für Energien in der Nähe schmaler Einteilchenresonanzen in einem der offenen Kanäle; eine für solche Fälle geeignete Modifikation wird in Kapitel 6 diskutiert.

Die Vernachlässigung der Kontinuum-Kontinuum-Wechselwirkung bedeutet die Beschränkung der Green-Funktion $\mathcal{G}^C$ in (5.14) auf Terme, die linear in den Zweipunktfunktionen des Kontinuums

sind; dieser Ausdruck reduziert sich dann auf

$$W_{tt}^C(e) = \quad (5.35)$$

$$\left(\begin{array}{c} \tilde{a}_{\tilde{\alpha}}^{t(d)*} \\ \tilde{b}_{\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\delta}}^{t(d)*} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} 0 & \tilde{V}_{\tilde{\alpha}, \delta\gamma\beta} \\ \tilde{V}_{\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\delta}, \alpha} & \tilde{K}_{\delta\tilde{\beta}\tilde{\gamma}, \beta\gamma\tilde{\delta}}(e) \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} G_{\alpha\alpha'}^{HF,C}(e) & 0 \\ 0 & \tilde{G}_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{C(o)}(e) \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} 0 & \tilde{V}_{\alpha', \tilde{\delta}'\tilde{\gamma}'\tilde{\beta}'} \\ \tilde{V}_{\beta'\gamma'\delta', \tilde{\alpha}'} & \tilde{K}_{\tilde{\delta}'\beta'\gamma', \tilde{\beta}'\tilde{\gamma}'\tilde{\delta}'}(e) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \tilde{a}_{\tilde{\alpha}'}^{t(d)} \\ \tilde{b}_{\tilde{\beta}'\tilde{\gamma}'\tilde{\delta}'}^{t(d)} \end{array} \right),$$

$$\tilde{G}_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{C(o)}(e) = 2\tilde{G}_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{o(ph)C_{A+1}}(e) + \tilde{G}_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{o(pp)C_{A-1}}(e), \quad (5.36)$$

wobei die Antisymmetrie der freien Wechselwirkung und der Amplituden der Doorway-Zustände benutzt worden ist. Die Green-Funktionen in (5.36) haben die expliziten Darstellungen (4.52), (4.61) und (4.63).

Bei der weiteren Auswertung von (5.35) entspricht die Aufspaltung der Wechselwirkung W_{tt}^C in eine Niveau-Ver-schiebung und eine Resonanzbreite gerade der Zerlegung der Energienenner in den Green-Funktionen in Real- und Imaginär-teil, wenn man sich auf den hermiteschen Teil der Wechsel-wirkung K und Streuwellenfunktionen zum hermiteschen Ein-teilchen-Hamilton-Operator H^{HF} beschränkt. In dieser Approxi-mation werden für jeden Doorway-Zustand des $A+1$ -Nukleonen-Systems die Übergangsamplituden (3.26) und (3.27) neu defi-niert, wobei die $1p$ -, p - h - und $2p$ - $1h$ -Amplituden, wie in den folgenden Formeln auch die entsprechenden Energien, in den Näherungen (4.61) und (4.32) erscheinen

$$\pi_{k_0, t_{A+1}}^i = \tilde{V}_{k_{HF}^{(-)}, \delta\gamma\beta} \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A+1}(d)}, \quad (5.37)$$

$$\pi_{t_{A+1}, k_0}^i = \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A+1}(d)*} \tilde{V}_{\beta\gamma\delta, k_{HF}^{(+)}}^{(-)},$$

$$\pi_{k_{S_A}, t_{A+1}}^i(e) = \sqrt{2} \tilde{G}_{\beta'\gamma'\delta'}^{oS_{A+1}(D)*} \left(\tilde{V}_{\beta'k_{HF}^{(-)}, \delta'\alpha} a_{\alpha}^{t_{A+1}(d)} + \tilde{K}_{\delta'\beta'\gamma', \beta\gamma\delta'}^{(ph)'}(e) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t_{A+1}(d)} \right) \quad (5.38)$$

($|S_A\rangle \neq |0\rangle$);

dabei ist in offensichtlicher Verallgemeinerung der Aufspaltung (4.13)

$$\tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph)1}(e) = \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph)0} + \tilde{K}_{4'23,2'3'4}^{(ph)(re)}(e) \quad (5.39)$$

gesetzt.

Mit Hilfe der Amplituden (5.37) und (5.38) sowie des Vektors

$$\mathcal{H}(\Omega_k, s, e) = \{2m(e - \omega_s^{(D)})\}^{\frac{1}{2}} \frac{k}{k} \quad (e > \omega_s^{(D)}) \quad (5.40)$$

wobei Ω_k die Richtung von $\underline{k}$ bedeutet, lassen sich Größen definieren, die die Bedeutung von Partialbreiten für den Zerfall des Zustands t in ein mit dem asymptotischen Impuls $\underline{k}$ emittiertes Nukleon und einen Endzustand s des Targetkerns haben

$$g_{\Omega_k s, t}^*(e) = 2\pi m \mathcal{H}(\Omega_k, s, e) |\pi'_{e s, t}(e)|^2 \quad (5.41)$$

Für die totale Zerfallsbreite des Doorway-Zustands t erhält man nämlich aus (5.35) die über alle Emissionsrichtungen des Nukleons integrierte Summe des Ausdrucks (5.41) über alle bei der Energie e des Streusystems offenen Kanäle

$$g_t^{\uparrow}(e) = \int d\Omega_k \int_s g_{\Omega_k s, t}^*(e) \Theta(e - \omega_s^{(D)}) \quad (5.42)$$

Zusätzlich zu dieser Verbreiterung wird die Resonanzenergie eines Doorway-Zustands auf Grund der Kopplung an alle physikalisch oder virtuell möglichen Ein-Nukleon-Streuzustände um das Hauptwertintegral

$$\Delta_t^{\uparrow}(e) = P \int_{-\infty}^{\infty} d^3k \int_s \frac{|\pi'_{k s, t}(e)|^2}{e - \omega_s^{(D)} - \epsilon_k} \quad (5.43)$$

verschoben.

Bei der Herleitung der Formeln (5.42) und (5.43) wird ausgenutzt, daß in der Näherung (4.32) die Amplituden $\tilde{D}_{2, k^{(d)}+}^{t(d)}$ für kontinuierliche Quantenzahlen verschwinden; daher reduziert sich in Verbindung mit dem ersten Term von (5.36) die Wechselwirkung K in (5.35) auf $K^{(ph)}$. Formeln derselben Art lassen sich für die Nukleonenstreuung an Zwei-Loch-Kernen und für Doorway-Zustände des A-1-Nukleonensystems beweisen, wobei der zweite Term von (5.36) einen Beitrag liefert und K in $K^{(pp)}$ übergeht, sowie ebenfalls aus den Gleichungen für die Streuung am Zwei-Teilchen-Kern; an die Stelle von (5.37) und (5.38) treten dann analoge Abänderungen der Amplituden (3.37) und (3.38). Im Fall der Nukleonenstreuung am magischen Kern entspricht (5.42) für Energien unterhalb der inelastischen Schwelle dem Resultat von Brenig⁵⁷⁾, wenn man in (5.37) $V = \frac{1}{2} K^{ph}$ setzt und bei der Berechnung der Doorway-Zustände in (4.32) die Fermion-Phonon-Wechselwirkung vernachlässigt.

Zum Schluß geben wir einen Ausdruck für die T-Matrix und den Streuquerschnitt in der (5.42) und (5.43) entsprechenden Näherung an. Dabei werden die Terme der Green-Funktion (5.20), die G^C enthalten, weggelassen, da sie eine höhere Ordnung von Kontinuumswechselwirkungen als die bisher berücksichtigte einschließen. Die energieabhängigen Übergangsamplituden und Partialbreiten werden für bestimmte Energie-Argumente zweckmäßig durch

$$\pi'_{ks,t} = \pi'_{ks,t}(\epsilon_k + \omega_s^{(p)}) \quad , \quad \gamma^*_{ks,t} = \gamma^*_{\Omega_{ks},t}(\epsilon_k + \omega_s^{(p)}) \quad (5.44)$$

abgekürzt.

Für den Resonanz-Anteil der T-Matrizen (5.21), (5.22), (5.24) und (5.26), der in der Nähe einer hinreichend starken und isolierten Resonanz auf Grund eines Doorway-Zustands t dominiert, erhält man dann

$$T_{kk'}^{s't,s(res)} = \frac{\pi'_{k's',t} \pi'_{t,ks}}{\epsilon - \omega_k^{(d)} - \Delta_t(\epsilon) + \frac{i}{2} \gamma_t^*(\epsilon)} \quad (\epsilon = \epsilon_k + \omega_s^{(d)} = \epsilon_{k'} + \omega_{s'}^{(d)}) \quad , \quad (5.45)$$

für den Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma_{k'k}^{s',t,s(res)}}{d\Omega_{k'}} = \frac{4\pi^2}{k^2} \frac{\gamma_{k's',t}^* \gamma_{ks,t}^*}{(\epsilon - \omega_t^{(d)} - \Delta_t(\epsilon))^2 + \frac{1}{4} \gamma_{kt}^2(\epsilon)} \quad (5.46)$$

Die Formeln lassen sich als Verallgemeinerung der bekannten Breit-Wigner-Formel für Kernreaktionen^{2,95)} interpretieren, die über einen isolierten Compoundkern ablaufen. Der Wirkungsquerschnitt (5.46) ist proportional zur Bildungswahrscheinlichkeit eines isolierten intermediären Zustands und zur Wahrscheinlichkeit von dessen Zerfall in den Ausgangskanal. Die Breite der Resonanz ist proportional zur totalen Zerfallswahrscheinlichkeit dieses Zustands, nach (5.32) und (5.42) der Summe der Wahrscheinlichkeiten für Zerfall in die offenen Ausgangskanäle und für Übergang in die komplizierteren Zustände des Compoundkerns:

6. Einteilchenresonanzen

Das bis jetzt entwickelte Modell der Nukleonenstreuung basiert auf einer Kernstrukturrechnung, durch die näherungsweise Bindungs- und intermediäre Zustände des Gesamtsystems aus echt gebundenen Quasiteilchenzuständen des effektiven Einteilchenpotentials bestimmt werden. Daher sind die positiven Eigenwerten $e_t^{(d)}$ entsprechenden Lösungen des Matrixproblems (5.16), die Resonanzen im Wirkungsquerschnitt der Streuung an magischen Kernen verursachen, im wesentlichen 2p-1h-Anregungen; der zweite Term in der Amplitude (5.38) dominiert über die Einteilchenkomponente.

Die Ursache einer zweiten Art von Strukturen in den Streuquerschnitten stellen die Streuresonanzen dar, die schon das reine Einteilchenpotential M^{HF} besitzt und die als dessen quasi-gebundene Einteilchenzustände betrachtet werden können ("shape resonances"). Während sie im allgemeinen die Grobstruktur der Kurven bestimmen, können bei kleineren Energien von wenigen MeV die Einteilchenresonanzen Breiten von der Größenordnung der intermediären Resonanzen haben; das bekannteste Beispiel ist die $d_{\frac{1}{2}}$ -Resonanz in ^{17}O . Solche Resonanzen entsprechen komplexen Polen e^{res} nahe der reellen Achse in den analytischen Fortsetzungen der Potentialanteile der T-Matrizen sowie der Einteilchen-Streuwellenfunktionen in deren übrigen Matrixelementen. Diese Pole sind nicht exakt Pole der T-Matrix, da sie sich bei hinreichend konsistenten Näherungen für deren verschiedene Teile wegheben⁹⁶⁾. Dafür verursachen sie in der Nähe der Energien e^{res} eine starke Schwankung der energieabhängigen Wechselwirkung $W^C(e)$, die in Gleichung (5.16) die Einteilchenkontinua an die Doorway-Zustände koppelt, und also auch der Eigenwerte $e_1(e)$. Sie geben so Anlaß zu zusätzlichen Polen der Green-Funktion (5.19) und zu Resonanzen der T-Matrix der Streuung am magischen A-Nukleonen-Kern, die quasi-gebundenen Zuständen mit großen Einteilchenkomponenten entsprechen und die Doorway-Zustände mit überwiegendem 2p-1h-Anteil ergänzen. Ähnlich verursacht

das Einteilchenkontinuum bei höheren Energien 2p-1h-Doorway-Zustände, in deren wichtigen Komponenten ein Teilchen oder beide quasi-gebunden sind, sowie entsprechende 2h-1p-, 3p- usw. Zustände als Resonanzen der Nukleonenstreuung an den magischen benachbarten Kernen.

Um beide Arten von Resonanzen der T-Matrix symmetrisch zu berechnen sowie der damit verbundenen Verminderung des Rechenaufwands wegen ist es sinnvoll, die schmalen Einteilchenresonanzen von dem übrigen Einteilchenkontinuum zu isolieren und sie in die diskreten Matrixoperationen miteinzubeziehen. Während dann die Resonanzen der T-Matrix mit dominierenden Einteilchenkomponenten und deren Mischung mit den 2p-1h-Anregungen so direkt berechnet werden wie die 2p-1h-Zustände selbst, vereinfacht sich die Behandlung des dadurch geglätteten Restkontinuums bedeutend: auf Grund seines geringen Überlapps mit den Wellenfunktionen der diskreten Einteilchenzustände wird die Konvergenz der Störungsreihen verbessert, die zu den Breit-Wigner-Formeln von Abschnitt 5.3 führten, und deren Ausdehnung auf die Energiebereiche der Einteilchenresonanzen überhaupt erst ermöglicht.

Die getrennte Behandlung der Resonanzen des Einteilchenkontinuums und ihres Hintergrunds bildet einen wichtigen Abschnitt in der Weidenmüllerschen Theorie der Kernreaktionen¹⁹⁾ und ist dort nach einer von Weinberg⁹⁷⁾ stammenden Methode ausgearbeitet worden. Unsere Behandlung dieses Problems lehnt sich an ein von Weigel⁹⁸⁾ auf den Fall der p-h-RPA angewandtes Verfahren an, das insbesondere auf Grund der Verwendung energieabhängiger Breiten in den Zusammenhang des vorigen Kapitels paßt.

Berücksichtigung von Einteilchen-Dämpfungsbreiten

Dieselbe Methode, die die explizite Berücksichtigung der Zerfallsbreiten von Einteilchenzuständen gestattet, läßt sich auch auf deren eventuell vorhandene Dämpfungsbreiten anwenden, die durch den Imaginärteil des optischen Poten-

tials verursacht werden. Das bisherige Modell läßt als Ausgangswerte für die Schalenmodellrechnungen nur die diskreten Pole der Zweipunktfunktionen zu, die von komplizierteren Anregungen gut isolierten Quasiteilchen- und Quasilochezuständen in der Nähe der Fermi-Kante entsprechen, und ist deshalb auf die Nachbarkerne magischer Kerne beschränkt. Die Mitnahme von Dämpfungsbreiten gestattet die Erweiterung der Theorie auf solche, bei magischen Kernen relativ hoch angeregten, Ein-Loch-Zustände und Einteilchenresonanzen, die in kompliziertere Anregungen derselben Quantenzahl eingebettet sind und durch diese insbesondere über einen Imaginärteil des optischen Potentials beeinflusst werden, der nach (A.30) und (A.28) durch statistische Mittelung erhalten oder modifiziert wird. Damit wird eine Ausdehnung der Theorie auf Kerne mit nicht abgeschlossenen Schalen möglich. Die Dämpfungsbreiten der Einteilchenzustände führen zu einem weiteren Anteil der Breiten der berechneten intermediären Zustände, der den von Dover et al.⁷¹⁾ erhaltenen Resultaten für p-h-Zustände entspricht.

Wir beginnen mit der Isolierung von Streuresonanzen des reinen Einteilchenpotentials aus der entsprechenden Green-Funktion G^{HF} . Für die solche Resonanzen beschreibenden Polterme benutzen wir die folgende von Unger⁹⁹⁾ angegebene Darstellung im Ortsraum, die die Green-Funktion innerhalb der Reichweite a des Potentials und in der Nähe einer Resonanz e_{λ}^{res} approximiert

$$G_{rr'}^{\text{HF, res}(\lambda)}(e) \theta(a-r) \theta(a-r') = \frac{(r/k_{\text{HF}}^{\lambda(\text{reg})})(k_{\text{HF}}^{\lambda(\text{reg})}|r')}{e - e_{\lambda}^{\text{HF}} - \Delta_{\lambda}^{\text{HF}}(e) + \frac{i}{2} \gamma_{\lambda}^{\text{HF}}(e)} \quad (6.1)$$

$$\cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d^3p | \langle p | k_{\text{HF}}^{\lambda(\text{reg})} \rangle |^2 \theta(a-p) \right\}^{-1} \theta(a-r) \theta(a-r') .$$

In (6.1) steht r für die Orts-, Spin- und Isospinkoordinaten. Die reellen Energien e_{λ}^{HF} werden durch eine reelle Randwert-

bedingung der Einteilchen-Schrödinger-Gleichung an der Stelle $r = a$ bestimmt. Zusammen mit den ebenfalls reellen Größen Δ_{λ}^{HF} und γ_{λ}^{HF} hängen sie von der genauen Wahl von a und von einem zweiten freien Parameter ab, der so gewählt werden kann, daß $e_{\lambda}^{HF} + \Delta_{\lambda}^{HF}(e_{\lambda}^{res}) = e_{\lambda}^{res}$, so daß also die Resonanz von (6.1) mit einer beobachteten Resonanz zusammenfällt. Die exakten Ausdrücke für diese Größen findet man in Ref.⁹⁹⁾; insbesondere ist $\gamma_{\lambda}^{HF}(e) = 0$ für negative Energien. Der Zustandsvektor $|k_{HF}^{\lambda}(\text{reg})\rangle$ bedeutet die reguläre Streuwellenfunktion zur Energie e_{λ}^{HF} und mit den Quantenzahlen wie Drehimpuls und Isospin, die die Resonanz kennzeichnen.

Nach dem Übergang zu einem vollständigem Satz $\{1\}$ von Einteilchenwellenfunktionen und zur Summe über die interessierenden Resonanzen

$$G_{11'}^{HF, res}(e) = \sum_{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} d^3r d^3r' \theta(a-r) \theta(a-r') (1/r) G_{rr'}^{HF, res(\lambda)}(e) (r'|11') \quad (6.2)$$

definieren wir modifizierte diskrete und kontinuierliche Anteile der Green-Funktion durch

$$G_{11'}^{HF, C}(e) = G_{11'}^{HF, C}(e) - G_{11'}^{HF, res}(e) \quad , \quad (6.3)$$

$$G_{11'}^{HF, D}(e) = G_{11'}^{HF, D}(e) + G_{11'}^{HF, res}(e) \quad . \quad (6.4)$$

Da in dem Ausdruck (6.3) nur noch sehr kleine Residuen der Streuresonanzen vorkommen, ist er eine glatte Funktion der Energie. Um den beiden den verallgemeinerten Polanteil von G^{HF} (6.4) bildenden Matrizen eine einheitliche Form zu geben, benützen wir eine verallgemeinerte Basis der Darstellung, die zusätzlich zu den gebundenen Eigenfunktionen des Operators H^{HF} die abgeschnittenen regulären Streuwellenfunktionen zu den Resonanzenergien enthält. Wir normieren die Streuwellenfunktionen im Potentialbereich auf eins und nehmen der Ein-

fachheit halber an, daß sie paarweise orthogonal und ebenso orthogonal zu den Bindungszuständen sind

$$(\lambda|r) = (k_{HF}^{\lambda(reg)}|r) \Theta(a-r) \quad , \quad \lambda \in R \quad ,$$

(6.5)

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3r (1|r)(r|1') = \delta_{11'} \quad , \quad 1, 1' \in R \cup B \quad ,$$

wobei die Symbole B und R die Sätze der Bindungs- und Resonanzzustände bedeuten. Unter der Voraussetzung (6.5), die um so besser erfüllt ist, je schmaler die Resonanzen sind und je näher sie der Schwelle liegen, je mehr sie sich also wie echte Bindungszustände verhalten, und auf die unter unwesentlicher Komplizierung der Theorie verzichtet werden kann, erhält man für (6.2)

$$G_{11'}^{HF, res}(e) = \begin{cases} \frac{\delta_{11'}}{e - e_1^{HF} - \Delta_1^{HF}(e) + \frac{i}{2} \gamma_1^{HF}(e)} & , \quad 1, 1' \in R \\ 0 & , \quad 1 \in B \text{ oder } 1' \in B \end{cases} \quad (6.6)$$

Der Ausdruck (6.4) erscheint damit als eine Verallgemeinerung des Ausdrucks (3.6).

Die Zweipunktfunktion in Quasiteilchen-Näherung G^{QP} wird ähnlich wie G^{HF} behandelt. Zu ihrem diskreten Anteil $G^{QP, D}$ wird jedoch nicht nur eine Summe von Streuresonanzen $G^{QP, res}$ addiert, sondern in beiden dieser Terme werden die durch den Imaginärteil des optischen Potentials erzeugten Dämpfungs-breiten $\gamma^{QP \downarrow}$ von hoch angeregten lp- und lh-Zuständen berücksichtigt. Die Dämpfungsbreiten der Streuresonanzen addieren sich einfach zu deren Zerfallsbreiten $\gamma^{QP \uparrow}$, wenn der Einfluß des Imaginärteils des Massenoperators auf die Energien im Rahmen der Dyson-Gleichung wie in Ref.⁷¹⁾ in diagonalen Näherung beschrieben wird. Als verallgemeinerten diskreten Anteil von G^{QP} erhält man

$$G_{11'}^{QP, D_r}(e) = G_{11'}^{QP, D}(e) + G_{11'}^{QP, res}(e) \quad (6.7)$$

$$= \left(\int_{\lambda \in B} + \int_{\lambda \in R} \right) \frac{\delta_{1\lambda} \delta_{1'\lambda} Z_\lambda}{e - e_\lambda - W_\lambda^{QP}(e)} ,$$

wobei

$$W_\lambda^{QP}(e) = \begin{cases} \Delta_\lambda^{QP\uparrow}(e) - \frac{i}{2} (\gamma_\lambda^{QP\uparrow}(e) + \gamma_\lambda^{QP\downarrow}(e)) & \text{für 1p-Resonanzen,} \\ \frac{i}{2} \gamma_\lambda^{QP\downarrow}(e) & \text{für gedämpfte 1h-} \\ & \text{Bindungszustände,} \\ -i0 & \text{für ungedämpfte 1p(1h)-} \\ & \text{Bindungszustände.} \end{cases} \quad (6.8)$$

Die Größe $\gamma_\lambda^{QP\downarrow}(e)$ ist bis auf ein Vorzeichen identisch mit dem Imaginärteil des optischen Potentials (A.27)

$$\gamma_\lambda^{QP\downarrow}(e) = \pm 2 \bar{M}_{\lambda\lambda}^{R(im)}(\pm e) \begin{cases} n_\lambda = 0 \\ n_\lambda = 1 \end{cases} \quad (6.8a)$$

In der Zerlegung (6.7) kommt keine Niveau-Verschiebung $\Delta^{QP\downarrow}$ auf Grund der Dämpfung durch die komplizierteren Anregungen vor, da die Quasiteilchenenergien e_λ in Übereinstimmung mit Migdal³⁵⁾ schon durch den totalen Realteil des Massenoperators bestimmt werden, so daß sie im Fall isolierter Einteilchenzustände theoretisch mit den experimentellen Energien übereinstimmen. Die Ergänzung des Ausdrucks (6.7) bildet der restliche Kontinuumsanteil von G^{QP}

$$G_{11'}^{QP, C_r}(e) = G_{11'}^{QP, C}(e) - G_{11'}^{QP, res}(e) \quad (6.9)$$

Die in den vorigen Kapiteln entwickelten Methoden zur separaten Lösung diskreter und kontinuierlicher Teilprobleme und ihrer anschließenden Kopplung lassen sich jetzt neu formulieren, wenn alle dort mit C u. D indizierten Einteilchen-Green-Funktionen durch die mit C_r und D_r indizierten ersetzt werden. Im folgenden werden mit dem Index r auch sämtliche anderen Größen gekennzeichnet, die sich auf Grund dieser Substitution der Zweipunktfunktionen ändern. Als Ausgangspunkt der modifizierten Rechnungen tritt an die Stelle der Zerlegung (4.9) der Lösung nullter Ordnung der 2p-1h-Bethe-Salpeter-Gleichung die Aufspaltung

$$G_{11'}^0(e) = G_{11'}^{0,C_r}(e) + G_{11'}^{0,D_r}(e) \quad (6.10)$$

Im Polterm G^{0,D_r} von (6.10) ist der - entsprechend der expliziten Form (4.2) definierte - Einteilchenanteil durch (6.4), also die Summe von (3.6) und (6.6) gegeben. Der 2p-1h-Anteil ist ein (3.7) entsprechendes Integral, das sich im Energieraum auswerten läßt

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{4'23,2'3'4}^{0,D_r}(e) &= (Z_2 Z_3 Z_4)^{-1} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon_2 d\epsilon_3 d\epsilon_4 \delta(\epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4 - e) G_{22'}^{AP,D_r}(\epsilon_2) G_{33'}^{AP,D_r}(\epsilon_3) G_{4'4}^{AP,D_r}(\epsilon_4) \\ &\approx \int_{\beta, \gamma, \delta \in B \cup R} \delta_{2\beta} \delta_{2'\beta} \delta_{3\gamma} \delta_{3'\gamma} \delta_{4\delta} \delta_{4'\delta} \frac{w_{\beta\gamma\delta}^{2p1h} + w_{\beta\gamma\delta}^{2h1p}}{e - e_\beta - e_\gamma + e_\delta - W_{\beta\gamma\delta}^{AP}(e)} \quad (6.11) \end{aligned}$$

wobei

$$W_{\beta\gamma\delta}^{AP}(e) = w_{\beta}^{AP}(e - e_\gamma + e_\delta) + w_{\gamma}^{AP}(e - e_\beta + e_\delta) - w_{\delta}^{AP}(-e + e_\beta + e_\gamma) \quad (6.12)$$

In Übereinstimmung mit Resultaten der Ref.^{71,98)} und in Analogie zu der ähnlichen Formel (3.12) für die effektiven Wechsel-

wirkungen kommen in (6.12) die Einteilchenbreiten und Niveau-Verschiebungen mit Energieargumenten außerhalb der Energieschale vor. Zur Ableitung dieses Ausdrucks muß angenommen werden, daß die Größen $w_{\beta}^{QP}(e)$ in (6.8) klein gegen die Anregungsenergien e_{β} sind und hinreichend glatt von der Energie abhängen. Die zweite Forderung entspricht der Vernachlässigung eventueller Polbeiträge der effektiven Wechselwirkung in der Ableitung des Ausdrucks (3.12) in Anhang A.

Zur Lösung des Problems der diskreten Zustände wird $\mathcal{G}^{O,D_r}$ für $\mathcal{G}^{O,D}$ in Gleichung (4.15) eingesetzt, die sich dann in der Form

$$\{\mathcal{G}^{O,D_r}(e)\}_{11'}^{-1} = \{\mathcal{G}^{O,D_r}(e)\}_{11'}^{-1} - \mathcal{K}_{11'}^d \quad (6.13)$$

schreiben läßt. Die in (6.13) und in den folgenden Gleichungen vorkommenden Matrixoperationen beziehen sich auf einen Raum, der von $1p$, $1h$, $2p-1h$ - und $2h-1p$ -Schalenmodellzuständen mit diskreten Quantenzahlen aufgespannt wird, die auch die Streuresonanzen (6.5) einschließen; die Inversionen beziehen sich auf die antisymmetrisierte Einheitsmatrix (4.6).

Um aus Gleichung (6.13) ein rein lineares Eigenwertproblem für reelle Energie zu isolieren, wird von $\{\mathcal{G}^{O,D_r}(e)\}_{11'}^{-1}$ der Teil abgespalten, der die energieabhängigen Korrekturen zu den Einteilchenenergien enthält

$$\{\mathcal{G}^{O,D_r}(e)\}_{11'}^{-1} = \{\mathcal{G}^{O,D_r}(e)\}_{11'}^{-1} - \mathcal{W}_{11'}^{SP}(e), \quad (6.14)$$

wobei, in der verallgemeinerten Basis (6.5),

$$\{\mathcal{G}^{O,D_r}(e)\}_{11'}^{-1} = \begin{pmatrix} \sum_{\alpha \in B \cup R} \delta_{1\alpha} \delta_{1'\alpha} (e - e_{\alpha}^{HF}) & 0 \\ 0 & \sum_{\beta, \gamma, \delta \in B \cup R} \delta_{2\beta} \delta_{2'\beta} \delta_{3\gamma} \delta_{3'\gamma} \delta_{4\delta} \delta_{4'\delta} (e - e_{\beta} - e_{\gamma} + e_{\delta}) \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{W}_{11'}^{SP}(e) = \begin{pmatrix} \sum_{\alpha \in R} \delta_{1\alpha} \delta_{1'\alpha} (\Delta_{\alpha}^{HF}(e) - \frac{i}{2} \gamma_{\alpha}^{HF}(e)) & 0 \\ 0 & \sum_{\beta, \gamma, \delta \in B \cup R} \delta_{2\beta} \delta_{2'\beta} \delta_{3\gamma} \delta_{3'\gamma} \delta_{4\delta} \delta_{4'\delta} W_{\beta\gamma\delta}^{QP}(e) \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

$$\quad (6.16)$$

Gleichung (6.13) läßt sich dann zerlegen in

$$\{G_{11'}^{d_{r'}}(e)\}_{11'}^{-1} = \{G_{11'}^{d_{r'}}(e)\}_{11'}^{-1} - W_{11'}^{SP}(e) \quad (6.17)$$

und

$$(\{G_{1\alpha}^{0, d_{r'}}(e)\}_{1\alpha}^{-1} - \tilde{K}_{1\alpha}^d) G_{\alpha 11'}^{d_{r'}}(e) = \tilde{J}_{11'}^{(as)} \quad (6.18)$$

In der verallgemeinerten Basis stellt Gleichung (6.18) die inhomogene Gleichung zu einem Eigenwertproblem für die Bindungs- und Doorway-Zustände dar, das - im Gegensatz zu (4.17) - die Einteilchenresonanzen als positive Einteilchenenergien mitberücksichtigt und zu reellen Energien führt. Die Lösung von (6.18) schreiben wir in Verallgemeinerung von (4.40) als

$$G_{11'}^{d_{r'}}(e) = \int_{t_{A \pm 1}} \frac{\alpha_{1'}^{t(d_{r'})} \alpha_{1'}^{t(d_{r'})*}}{e - e_t^{(d_{r'})}} \quad (6.19)$$

Zur Berechnung der exakten Green-Funktion aus der Näherung (6.19) ist $G^{d_{r'}}$ anstelle von G^d in Gleichung (5.11) einzusetzen. Mit Hilfe von (6.17) erhält man dann eine Matrixgleichung, die die Green-Funktion $G^{d_{r'}}$ und eine effektive Wechselwirkung zwischen den in (6.19) enthaltenen diskreten Zuständen aufsummiert

$$G_{11'}^{(D_{r'})}(e) = G_{11'}^{d_{r'}}(e) \quad (6.20)$$

$$+ G_{1\alpha}^{d_{r'}}(e) (\tilde{K}_{\alpha\beta}(e) G_{\beta\beta'}^{C_{r'}}(e) \tilde{K}_{\beta' \alpha'}(e) + \tilde{K}_{\alpha\alpha'}^q(e) + W_{\alpha\alpha'}^{SP}(e)) G_{\alpha' 11'}^{(D_{r'})}(e) .$$

Die Wechselwirkung in (6.20) enthält einen Term, der den Einfluß der Einteilchenbreiten und - Niveau-Verschiebungen auf zunächst unter Vernachlässigung dieser Größen berechnete Doorway-Zustände berücksichtigt; er tritt additiv zu den schon (5.11) entsprechenden beiden Termen, die diese Zustände

an das Restkontinuum und die komplizierteren Compoundkern-Zustände koppeln. - Die totale Green-Funktion $\mathcal{G}$ erhält man analog zu Gleichung (5.20).

Modifizierte Breit-Wigner-Formeln

Die für (6.20) benötigte Funktion $\mathcal{G}^C$ ist das Resultat einer Aufsummation von $\mathcal{G}^{o,C_r}$ anstelle von $\mathcal{G}^{o,C}$ in Gleichung (4.11). Im folgenden beschränken wir uns bei der Lösung dieser Gleichung sowie von Gleichung (6.20) auf die Ordnung der Störungstheorie, die zu den Breit-Wigner-Formeln in Abschnitt 5.3 führte. Im Gegensatz zu dort sollte die Störungstheorie für Gleichung (4.11) und den ersten Wechselwirkungsterm in (6.20) auch bei den Energien der Einteilchenresonanzen eine gute Näherung sein, da nur noch die glatten Restkontinua untereinander und an die Doorway-Zustände gekoppelt werden; dagegen hängt ihre Güte bezüglich des dritten Terms, der die Einteilchenbreiten selbst berücksichtigt, davon ab, ob etwa schmale Streuresonanzen mit kleinen Störtermen oder hochangeregte stark gedämpfte Teilchen oder Löcher betroffen werden. Für manche Energien werden also die einzelnen Terme von (6.20) bzw. eines äquivalenten zu (5.16) analogen konkreten Matrixproblems verschieden zu behandeln sein.

Entsprechend den drei Termen in (6.20) liefert die Störungstheorie in Verallgemeinerung von (5.31) drei Terme, die die durch (6.18) bestimmten reellen Energien der Doorway-Zustände korrigieren

$$\Delta_t^{(r)}(e) = \Delta_t^{\uparrow(r)}(e) + \Delta_t^{\downarrow(r)}(e) + \Delta_t^{(sp)}(e) \quad , \quad (6.21)$$

$$g_t^{(r)}(e) = g_t^{\uparrow(r)}(e) + g_t^{\downarrow(r)}(e) + g_t^{(sp)}(e) \quad .$$

In diesen Gleichungen ist jeweils der zweite Summand durch (5.33) und (5.34) bestimmt; die Amplituden $b^{(d)}$ werden dabei durch entsprechende aus (6.18) folgende Amplituden $b^{(d_r)}$ ersetzt. Die durch die Ankopplung an die Einteilchenkontinua verursachten Energiekorrekturen des ersten Summanden erhält

man, indem man von den früheren Ausdrücken (5.42) und (5.43) einen Term abzieht, der die Einteilchenresonanzen enthält, was insbesondere den Betrag des Imaginärteils verkleinert

$$\Delta_t^{\uparrow(\nu)}(e) - \frac{i}{2} \gamma_t^{\uparrow(\nu)}(e) = \Delta_t^{\uparrow}(e) - \frac{i}{2} \gamma_t^{\uparrow}(e) \quad (6.22)$$

$$- \sum_{s; \lambda \in R} |\pi_{\lambda s, t}^{\uparrow(\nu)}(e)|^2 \frac{e - \omega_s^{(D\nu)} - e_{\lambda}^{HF} - \Delta_{\lambda}^{HF}(e - \omega_s^{(D\nu)}) - \frac{i}{2} \gamma_{\lambda}^{HF}(e - \omega_s^{(D\nu)})}{\{e - \omega_s^{(D\nu)} - e_{\lambda}^{HF} - \Delta_{\lambda}^{HF}(e - \omega_s^{(D\nu)})\}^2 + \frac{1}{4} \{\gamma_{\lambda}^{HF}(e - \omega_s^{(D\nu)})\}^2}$$

Die Amplituden $\pi^{\uparrow(\nu)}$ des subtrahierten Terms unterscheiden sich von den in (5.42) und (5.43) vorkommenden - wie (5.37) und (5.38) - dadurch, daß sie anstelle der ein- oder auslaufenden Streuwellenfunktionen die abgeschnittenen regulären Streulösungen (6.5) enthalten und außerdem die vollständige 2p-1h- (bzw. 3p-) Wechselwirkung anstelle etwa der Wechselwirkung (5.39). Dabei werden in Konsistenz mit den Streuwellenfunktionen in (5.42) und (5.43) auch die subtrahierten Resonanzen in HF-Näherung beschrieben.

Im Fall der Streuung am magischen Kern sind die Amplituden $\pi^{\uparrow(\nu)}$ gegeben durch

$$\pi_{\lambda 0, t_{A+1}}^{\uparrow(\nu)} = \tilde{V}_{\lambda HF, \delta \gamma \beta} \tilde{b}_{\beta \gamma \delta}^{t_{A+1}(d_{\nu})},$$

$$\pi_{\lambda s_A, t_{A+1}}^{\uparrow(\nu)}(e) = \sqrt{2} \tilde{\mathcal{G}}_{\beta', \delta'}^{o s_A(D\nu)*} (\tilde{V}_{\beta', \lambda HF \delta', \alpha} \alpha_{\alpha}^{t_{A+1}(d_{\nu})} + \tilde{K}_{\delta \beta', \lambda HF, \beta \gamma \delta'}^{\uparrow}(e) \tilde{b}_{\beta \gamma \delta}^{t_{A+1}(d_{\nu})}) (|s_A \rangle \neq |0 \rangle) \quad (6.23)$$

Die Teilchen-Loch-Amplituden $\tilde{\mathcal{G}}^{o s(D\nu)}$ werden ebenso wie die Energien $\omega_s^{(D\nu)}$ unter Einschluß der Einteilchenresonanzen berechnet.

Der aus (6.22) isolierte Einfluß der Einteilchenresonanzen auf die Doorway-Zustände wird durch die dritten Summanden in (6.21) gewährleistet; sie stellen die entsprechend ihrem Anteil an den Doorway-Zuständen gewichteten Breiten und Niveau-Verschiebungen der Einteilchenzustände dar:

$$\Delta_{t_{A\pm 1}}^{(sp)}(e) = \sum_{\alpha \in R}^I a_{\alpha}^{t(d_{r1})*} \Delta_{\alpha}^{HF}(e) a_{\alpha}^{t(d_{r1})} + \sum_{\beta, \gamma, \delta \in R}^I \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d_{r1})*} \left(2 \Delta_{\beta}^{QP\uparrow}(e - e_{\gamma} + e_{\delta}) + \Delta_{\delta}^{QP\uparrow}(e + e_{\beta} + e_{\gamma}) \right) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d_{r1})}, \quad (6.24)$$

$$j_{t_{A\pm 1}}^{e(sp)}(e) = j_{t_{A\pm 1}}^{e\uparrow(sp)}(e) + j_{t_{A\pm 1}}^{e\downarrow(sp)}(e), \quad (6.25)$$

$$j_{t_{A\pm 1}}^{\uparrow(sp)}(e) = \sum_{\alpha \in R}^I a_{\alpha}^{t(d_{r1})*} j_{\alpha}^{HF}(e) a_{\alpha}^{t(d_{r1})} + \sum_{\beta, \gamma, \delta \in R}^I \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d_{r1})*} \left(2 j_{\beta}^{QP\uparrow}(e \mp e_{\gamma} \pm e_{\delta}) + j_{\delta}^{QP\uparrow}(e \mp e_{\beta} \mp e_{\gamma}) \right) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d_{r1})}, \quad (6.26)$$

$$j_{t_{A\pm 1}}^{\downarrow(sp)}(e) = \sum_{\beta, \gamma, \delta \in B \cup R}^I \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d_{r1})*} \left(2 j_{\beta}^{QP\downarrow}(e \mp e_{\gamma} \pm e_{\delta}) + j_{\delta}^{QP\downarrow}(e \mp e_{\beta} \mp e_{\gamma}) \right) \tilde{b}_{\beta\gamma\delta}^{t(d_{r1})}. \quad (6.27)$$

Die Markierung der Summenzeichen in (6.24), (6.25) und (6.27) bedeutet Beschränkung auf die großen Komponenten der Amplituden a , b , ohne die diese Formeln komplizierter werden.

Einsetzen der Breiten und Niveau-Verschiebungen (6.21) anstelle der entsprechenden Größen des Ausdrucks (5.45) führt zu Ausdrücken vom Breit-Wigner-Typ für die Resonanz-Anteile der T-Matrix. Die Resonanzenergien sind ebenso wie die übrigen Energien und Wellenfunktionen durch die in diesem Kapitel modifizierten Verfahren zu bestimmen; wie aus der einleitenden Diskussion hervorgeht, darf man im Zähler jedoch die normalen ein- und auslaufenden Streulösungen des Einteilchenpotentials benutzen, wenn diese auch in den anderen Termen der T-Matrix verwendet werden.

7. Diskussion und Schlußbemerkungen

Auch wenn die im vorigen Kapitel studierten Einteilchenresonanzen explizit berücksichtigt werden, läßt sich für die Gesamtbreite eines isolierten Doorway-Zustands eine (5.32) entsprechende Zerlegung in eine totale Zerfallsbreite und eine totale Dämpfungsbreite aufrechterhalten

$$\gamma_t = \gamma_t^{\uparrow} + \gamma_t^{\downarrow} ; \quad (7.1)$$

dazu hat man jeweils die Anteile $\gamma_t^{\uparrow\downarrow(r)}$, die das durch Subtraktion von Einteilchenresonanzen vereinfachte Problem liefert, mit den von den Einteilchenresonanzen selbst her-rührenden Anteilen $\gamma_t^{\uparrow\downarrow(sp)}$ zusammenzufassen

$$\gamma_t^{\uparrow} = \gamma_t^{\uparrow(r)} + \gamma_t^{\uparrow(sp)} , \quad (7.2)$$

$$\gamma_t^{\downarrow} = \gamma_t^{\downarrow(r)} + \gamma_t^{\downarrow(sp)} . \quad (7.3)$$

Die durch (7.3) definierte Größe enthält den gesamten Einfluß der Dämpfung der intermediären Resonanz, also des Übergangs des entsprechenden Modellzustands in die komplizierteren Compoundkern-Anregungen, zu dem sowohl der Imaginärteil der effektiven 2p-1h-Wechselwirkung als auch der des optischen Potentials für die einzelnen Nukleonen und Nukleonenlöcher Anlaß geben. Diese Größe hat man beim Vergleich mit anderen Theorien intermediärer Resonanzen heranzuziehen. In solchen wird meist, wie in dem von Feshbach et al.¹⁶⁾ formulierten Modell, zunächst eine formal exakte T-Matrix hergeleitet und anschließend eine intermediäre Näherung durch Mittelung über die Feinresonanzen erhalten. Ein Vergleich mit dem Feshbachschen Modell liefert für $\gamma_t^{\downarrow}$ die anschauliche - zu der von Formel (5.42) für $\gamma_t^{\uparrow}$ analoge - Bedeutung eines gemittelten Matrixelements des Hamilton-Operators zwischen dem Doorway-Zustand $|\psi_d\rangle$ und den Feinresonanzen $|\phi_q\rangle$

$$y_t^\downarrow \approx \frac{4}{\Delta E} \int_{q \in \Delta E} |\langle \phi_q | H | \psi_t \rangle|^2 . \quad (7.4)$$

Das Mittelungsintervall ΔE muß viele Feinresonanzen einschließen und darf andererseits nur einen Bruchteil des mittleren Abstands der Doorway-Zustände ausmachen.

In Anbetracht der Tatsache, daß die in Kapitel 5 hergeleiteten T-Matrizen als gemittelte einer exakten Theorie zu interpretieren sind, lernt man etwa aus der Feshbachschen Theorie außerdem, daß zum Vergleich mit dem Experiment, also mit apparativ gemittelten Streuquerschnitten, zu den Quadraten der gemittelten T-Matrizen noch die sogenannten mittleren Fluktuationsquerschnitte $\langle G^{fl} \rangle$ zu addieren sind. Von dem vorliegenden Modell aus gesehen lassen sie sich als teilweise Korrektur von Fehlern auffassen, die durch Verwendung der phänomenologischen, geglätteten effektiven Wechselwirkungen entstehen. Der Fluktuationsquerschnitt hängt mit der Stärkefunktion $\langle y^* \rangle / \langle d \rangle$ zusammen, dem Quotienten aus mittlerer Breite und mittlerem Abstand der Feinresonanzen; diese läßt sich wiederum näherungsweise durch die Breiten $y_t^\uparrow$ und $y_t^\downarrow$ der intermediären Resonanzen ausdrücken. Nach Ref.¹⁶⁾ gilt im einfachen Beispiel der elastischen Streuung spinloser Nukleonen im s-Zustand

$$\langle G^{fl} \rangle \approx \frac{2\pi^2}{k^2} \frac{\langle y^* \rangle}{\langle d \rangle} , \quad (7.5)$$

$$\frac{\langle y^* \rangle}{\langle d \rangle} \approx \frac{1}{2\pi} \int_t \frac{y_t^{\uparrow} y_t^{\downarrow}}{(\epsilon_k - \epsilon_t^{(d)})^2 + \frac{1}{4} y_t^2} . \quad (7.6)$$

Die erste Gleichung gilt unter der Voraussetzung, daß der Einfluß inelastischer Prozesse vernachlässigt wird. Für die zweite ist $\pi \langle y^* \rangle / \langle d \rangle \ll 1$ notwendig sowie, im Fall sich überlappender Doorway-Zustände, die Annahme statistisch verteilter Phasen der in (7.4) vorkommenden Matrixelemente.

Die unsymmetrische Behandlung des Einteilchen- und des Wechselwirkungsanteils von Dämpfungsbreiten in unserem Modell hängt mit einer gewissen Problematik bei der Definition von Einteilchenenergien und -wellenfunktionen zusammen. Als Einteilchenzustände können nämlich entweder einzelne ausgezeichnete Eigenzustände der $A+1$ -Nukleonen-Kerne mit dominierenden Einteilchenamplituden interpretiert werden oder geeignete Mittelwerte über mehrere Eigenzustände, die dann nicht-stationär, also gedämpft sind.

Die erste Definition ist die in der Migdalschen Viel-Fermionen-Theorie endlicher Kerne übliche und erlaubt eine einfache Formulierung von weiten Teilen unseres Modells. Die Einteilchen-Pole einschließlich der spektroskopischen Faktoren sind unter den Polen einer Zweipunktfunktion G auszuwählen, die Lösung einer Dyson-Gleichung mit dem exakten, also Polterme einschließenden Massenoperator ist; sie können also im Prinzip den in unserem Modell studierten Eigenlösungen des kombinierten $1p/2p$ - $1h$ -Problems entnommen werden, das damit selbstkonsistent würde. Abgesehen von Bereichen mit dichten komplizierteren Anregungen bereitet das Kontinuum große Schwierigkeiten.

Die alternative Definition verwendet die Lösung einer Dyson-Gleichung mit über die Strukturen gemitteltem Massenoperator (vergl. (A.30)), also sämtliche, jetzt komplexen Pole einer solchen Green-Funktion. Sie entspricht der Beschreibung von Streuprozessen durch optische Potentiale. In gewisser Hinsicht sind auch die komplexen Einteilchenenergien in Theorien der Kernmaterie (z.B. Ref.¹⁰¹⁾) so definiert, wobei die Polstruktur des Massenoperators jedoch schon auf Grund der unbegrenzten Geometrie des Problems geglättet ist. Schließlich sei vermerkt, daß die Zweipunktfunktion in verallgemeinerter Hartree-Fock-Näherung (A.12) als Pole in einem präzisen Sinne definierte gemittelte Einteilchenenergien, aber als reelle Größen, enthält⁷⁵⁾.

Die in den vorigen Kapiteln entwickelte Theorie enthält einen Kompromiß zwischen beiden Auffassungen. Die erste,

Migdalsche, Definition findet in dem Gebiet gut isolierter gebundener Einteilchenanregungen in der Nähe der Fermi-Kante Verwendung, die zweite im Kontinuum sowie im Quasi-Kontinuum komplizierter Anregungen. Bis einschließlich Kapitel 5 beschränken wir uns auf das diskrete Einteilchenspektrum der Eigenwerte den magischen benachbarter Kerne, so daß eventuelle Dämpfungsbreiten nur von der Wechselwirkung K herrühren können. Streuwellenfunktionen werden dagegen durchweg durch das optische Potential definiert, was aber besondere Näherungen an einigen Stellen notwendig macht. Der Einschluß von gedämpften lokalisierten Teilchen - und Loch-Anregungen, der insbesondere für andere als magische Kerne notwendig wird, erscheint nur sinnvoll, wenn zugleich Einteilchen-Streuresonanzen aus dem Kontinuum isoliert und gesondert diskutiert werden. Die insbesondere durch das letztere bedingte Komplizierung mancher Gleichungen machte eine getrennte Behandlung aller solcher Einteilchen-Phänomene im sechsten Kapitel notwendig.

Mehr-Pol-Näherung und BCS-Korrelationen

Unsere Theorie ist weiter zu verallgemeinern, wenn der Einfluß von tiefliegenden, gut isolierten Polen der $G^{(1)}$ -Funktion, die komplizierteren Anregungen mit nicht vernachlässigbaren Einteilchenamplituden entsprechen, auf die Lösungen der Bethe-Salpeter-Gleichungen auf eine weniger pauschale Weise als durch Einteilchen-Dämpfungsbreiten studiert werden soll¹⁰²⁾. Die Gleichungen für Targetkern- und Compoundkern-Zustände müssen dann ohne eine vereinfachende - reelle oder komplexe - Ein-Pol-Näherung in einer "Eigenwertdarstellung" nach Art von Gleichung (C.22) gelöst werden, die auch für eine selbstkonsistente Theorie zweckmäßig ist. In dieselbe Darstellung sind die die Streuamplituden bestimmenden Γ -Matrizen zu bringen. Die komplizierte Form der inhomogenen Gleichungen wie (C.25) bringt jedoch Schwierigkeiten.

Die wichtigste Korrektur der skizzierten Art wäre zunächst eine "Zwei-Pol-Näherung", in der jeweils außer einem $A \neq 1$ -Pol von $G^{(1)}$ mit dominierender Einteilchenamplitude der zugeordnete $A \neq 1$ -Pol derselben Quantenzahl mit kleinerer Ampli-

tude berücksichtigt würde, den die Erweiterung der Migdalschen Theorie auf die Beschreibung der Superfluiditäts-Korrelationen^{33,35,43,77)} liefert. Man kann zeigen, daß solche Zustände und die entsprechenden Grundzustandskorrelationen in den Lösungen unserer einfacheren Gleichungen für das $1p/2p$ - $1h$ -Problem deswegen schon enthalten sind, weil diese insbesondere das $1p$ - mit dem $2h$ - $1p$ - und das $1h$ - mit dem $2p$ - $1h$ -Problem koppeln. Der Übergang zur Zwei-Pol-Näherung würde dann darüberhinaus eine selbstkonsistente Berechnung von Superfluiditätseffekten bedeuten. Eine einer Zwei-Pol-Näherung analoge Methode stellen Bethe-Salpeter-Gleichungen mit anormalen Greenschen Funktionen dar, die im Teilchen-Loch-Problem zur "RPA mit Paarung"¹⁰⁴⁾ führen und auch für den $2p$ - $1h$ -Fall aufgestellt wurden¹⁰⁵⁾.

Außer Verallgemeinerungen unseres Modells sind auch Spezialisierungen möglich, die in Zusammenhang mit wohlbekannten auf andere Art hergeleiteten spezielleren Theorien stehen oder auf einfachere phänomenologische Modelle führen. Ihre Anwendung kommt in Frage, wenn entweder die exakte Theorie keine nennenswerte Verbesserung der Kurven, etwa in Gebieten sich überlappenden Doorway-Zustände, brächte oder eine solche Verbesserung infolge zu schlechter experimenteller Auflösung nicht sinnvoll wäre. Darüberhinaus können sie einzelne interessante Aspekte der Kernstruktur oder des Reaktionsmechanismus verdeutlichen.

Analogzustände

Die wichtigsten Strukturen des Wirkungsquerschnitts für elastische Protonenstreuung an Gerade-gerade-Atomkernen mit einem Neutronenüberschuß bilden, abgesehen von der Ein-Proton-Grobstruktur, die Analogresonanzen zu Ein-Neutron-Zuständen. Als Zustände mit dominierenden $2p$ - $1h$ -Komponenten des lokalisierten Anteils sind die Analogzustände unter den durch unser Modell bestimmten intermediären Zuständen enthalten. Im folgenden wird insbesondere eine Näherung diskutiert, die ausschließlich die Analogresonanzen im Wirkungsquerschnitt für elastische

Streuung und außerdem den zugehörigen quasi-elastischen (p,n)-Prozeß beschreibt.

Mindestens eine solche Näherung ist als Ergänzung des bloßen Potentialterms T^{HF} in (3.23) notwendig, um die Streuwellenfunktion durch korrekte Quantenzahlen zu beschreiben. Ein Ein-Proton-Zustand $\psi_{k_p^+, 10}^+$ der Potentialstreuung hat für Targetkerne mit Neutronenüberschuß ($N-Z > 0$) keinen definierten Isospin, der für Eigenzustände auch schwerer Kerne in guter Näherung notwendig wäre¹⁰⁶⁾, sondern stellt eine Linearkombination von Eigenzuständen mit dem Isospin $T = T_0 \pm \frac{1}{2}$ dar. Als $T_0 = \frac{1}{2} (N-Z)$ sei der Isospin des Targetkern-Grundzustands $|0\rangle$ vorausgesetzt.

Bei Vernachlässigung aller Core-Anregungen mit Ausnahme der bloßen Proton-Neutron-Austausch entsprechenden enthält die Protonenstreuung beschreibende Wellenfunktion Komponenten von $A+1$ -Nukleonen-Zuständen $|T, T_z\rangle$ des folgenden Typus^{107,108)}:

$$|T_0 + \frac{1}{2}, T_0 - \frac{1}{2}\rangle = (2T_0 + 1)^{-\frac{1}{2}} \{ \psi_p^+ |T_0, T_0\rangle + (2T_0)^{\frac{1}{2}} \psi_n^+ |T_0, T_0 - 1\rangle \}, \quad (7.7)$$

$$|T_0 - \frac{1}{2}, T_0 - \frac{1}{2}; 1\rangle = (2T_0 + 1)^{-\frac{1}{2}} \{ (2T_0)^{\frac{1}{2}} \psi_p^+ |T_0, T_0\rangle - \psi_n^+ |T_0, T_0 - 1\rangle \}, \quad (7.8)$$

$$|T_0 - \frac{1}{2}, T_0 - \frac{1}{2}; i\rangle = c_i \psi_n^+ |T_0 - 1, T_0 - 1; i\rangle \quad (i = 2, -, N-Z). \quad (7.9)$$

Dabei ist (7.7) der Analogzustand zu $\psi_n^+ |T_0, T_0\rangle$ und (7.8) der Anti-Analogzustand. Außer dem interessierenden Ein-Proton-Zustand enthalten sie den Ein-Neutron-Zustand bezüglich des Analogzustands $|A\rangle = |T_0, T_0 - 1\rangle$ zu $|0\rangle = |T_0, T_0\rangle$ des Kerns mit $N-1$ Neutronen und $Z+1$ Protonen

$$|T_0, T_0 - 1\rangle = \langle 0 | T^{(+)} T^{(-)} | 0 \rangle^{-\frac{1}{2}} T^{(-)} |T_0, T_0\rangle. \quad (7.10)$$

Der Operator $T^{(-)}$ erzeugt N-Z Komponenten von $|T_0, T_0 - 1\rangle$, in denen jeweils eines der Überschußneutronen von $|T_0, T_0\rangle$ durch ein Proton ersetzt ist. Die in (7.9) vorkommenden Zustände des N-1-Neutronen - Z+1-Protonen-Kerns stellen die N-Z-1 übrigen möglichen Kopplungen dieser Komponenten zum "natürlichen" Isospin $T = T_3 = T_0 - 1$ dar.

Die Koeffizienten bezüglich der Zustände (7.7)-(7.9) sind durch die Wechselwirkung festgelegt, die auch die übrigen Core-Anregungen ankoppelt; dabei wird der Zustand (7.7) mit (7.8) und (7.9) natürlich nur durch den Coulomb-Anteil gemischt. In den gängigen Theorien der Analogresonanzen erhält man durch Projektion der Schrödinger-Gleichung auf diese Zustände ein gekoppeltes Gleichungssystem. Die Zahl der Gleichungen vermindert sich von N-Z+1 auf 2 (Lane-Gleichungen¹¹⁰), wenn man die Zustände (7.9) nicht explizit mitberücksichtigt, weil sie im Vergleich zu (7.7) und (7.8) nur schwach an den elastischen Protonenkanal sowie den Ausgangskanal $|T_0, T_0 - 1\rangle$ der quasi-elastischen (p,n)-Austauschreaktion gekoppelt sind. Das Gleichungssystem für diese beiden Prozesse hat dann die Form

$$(\epsilon_k \delta_{r_p} - H_{r_p}^{pp})(g|\varphi_p) = H_{r_p}^{pn}(g|\varphi_n) \quad , \quad (7.11a,b)$$

$$(\epsilon_k \delta_{r_p} - \Delta^c \delta_{r_p} - H_{r_p}^{nn})(g|\varphi_n) = H_{r_p}^{np}(g|\varphi_p) \quad ,$$

wobei ϵ_k die Energie des einfallenden Protons ist, die Coulomb-Verschiebung $\Delta^c > 0$ die Energie des Analogzustands $|A\rangle$ relativ zu der des Zustands $|O\rangle$, und H^{pp} , H^{nn} und H^{pn} durch Zweikörperkräfte bestimmte Einteilchen-Hamilton-Operatoren - in einfachster Näherung - des Hartree-Fock-Typs sind, die die Protonenbewegung auf dem Hintergrund von $|O\rangle$, die Neutronenbewegung auf dem Hintergrund von $|A\rangle$ sowie die Kopplung beider beschreiben. Die Wechselwirkung $H^{pn} = H^{np\dagger}$ wird durch den isospin-abhängigen Teil der freien Wechselwirkung (Heisenberg-Kraft) sowie durch Austauscheffekte der übrigen Kräfte erzeugt, ebenso wie die Differenz des um das mittlere Coulomb-Potential V^c korrigierten Protonenpotentials $H^{pp} - V^c$ gegen das Neutronen-

potential H^{nn} . Die effektiven Einteilchenpotentiale werden oft mit Hilfe des isospinabhängigen Lane-Potentials¹¹⁰⁾ phänomenologisch beschrieben.

Anstatt die gekoppelten Gleichungen direkt numerisch zu lösen, kann man (7.11b) nach $|\varphi_n\rangle$ auflösen und in (7.11a) einsetzen, wenn man sich - unterhalb der quasi-elastischen Schwelle Δ^c - nur für die elastische Protonenstreuung interessiert. Man erhält dann eine der Dyson-Gleichung vergleichbare Einteilchengleichung mit einem effektiven Potential, das die um Δ^c verschobenen Pole e_j der gebundenen Neutronenzustände ψ_n^{+10} enthält. Bei Beschränkung auf den niedrigsten Zustand je Drehimpuls und Parität läßt sich die Lösung leicht explizit angeben. Insbesondere ergibt sich durch Vergleich mit der Behandlung des Massenoperators durch Brenig⁵⁷⁾ als T-Matrix für elastische Protonenstreuung

$$T_{kk'} = T_{kk'}^{pp} + \int_j \frac{H_{kHFj}^{pn} H_{j k HF}^{np}}{\epsilon_k - e_j - \Delta^c - \Delta_j(\epsilon_k) + \frac{1}{2} \gamma_j^*(\epsilon_k)} \quad , \quad (7.12a,b)$$

$$\Delta_j(e) - \frac{i}{2} \gamma_j^*(e) = \iint_i \frac{|H_{ji}^{pn}|^2}{e - e_i + i0} \quad .$$

Die Größe T_{kk}^{pp} , ist die durch H^{pp} bestimmte Streuamplitude im mittleren Potential des Protons einschließlich des Coulomb-Felds. Dazu kommen Polterme, die explizit die Analogresonanzen beschreiben; deren Breite ist etwa 100-200 keV. Das Neutronenkontinuum ist vernachlässigt.

Während die Gleichungen (7.11) für höhere Energien auch die quasi-elastische Austauschreaktion zum Analogzustand $|A\rangle$ beschreiben, geben die bisher vernachlässigten Komponenten (7.9) der Wellenfunktion Anlaß zu Austauschreaktionen, die zu Zuständen des isobaren Kerns mit "natürlichem" Isospin führen. Sie lassen sich durch Verallgemeinerungen der Wechselwirkungen in (7.11) bzw. des Lane-Potentials zu komplexen optischen Potentialen berücksichtigen und geben in hinreichend exakten Theorien Anlaß zur Feinstruktur der Analogresonanzen.

Eine zu (7.11) äquivalente minimale Näherung, die zur Sicherstellung der korrekten Quantenzahlen der Wellenfunktion über die Einteilchennäherung hinaus notwendig ist und die für die Spektren charakteristischen Analogresonanzen liefert, läßt sich aus der Theorie dieser Arbeit wie folgt isolieren. Die durch (7.11) beschriebene Wellenfunktion besteht aus einem Einteilchen-Anteil, der einem Proton im Kontinuum entspricht, und - unterhalb der Neutronenschwelle - aus lokalisierten Anteilen $\psi_{j_n} |A\rangle$, die für $T_0 \neq 0$ 2p-1h-Struktur bezüglich des Grundzustands des Targetkerns haben. In einer entsprechenden Näherung hat man in der Green-Funktion der Doorway-Zustände (4.10) ausschließlich diese letzterendiskreten Zustände in Schalenmodell-Näherung zu berücksichtigen, das heißt die Pole und Amplituden

$$e_{j,A}^{(d)} = e_{j_n} + \Delta^c, \quad b_{2_p 3_n 4_n}^{j,A(d)} = \delta_{3_n j_n} \langle 0 | \psi_{4_n}^+ \psi_{2_p} | A \rangle. \quad (7.13)$$

Nach Kapitel 5, insbesondere aus (5.21), (5.37) und (5.45), erhält man dann für die Protonenstreuamplitude einen Ausdruck der Form (7.12) mit

$$H_{i_p j_n}^{p n} = V_{i_p \delta_n, j_n \beta_p} \langle 0 | \psi_{\delta_n}^+ \psi_{\beta_p} | A \rangle; \quad (7.14)$$

der erste Term in (7.12a) berechnet sich als T^{HF} aus dem Hartree-Fock-Potential des Protons, ebenso die Einteilchen-Wellenfunktionen $|k_{\text{HF}}^{(\pm)}\rangle$ des Resonanzterms.

Für Energien unterhalb der quasi-elastischen Neutronenschwelle können in (5.21) alle Terme mit den Funktionen L^c vernachlässigt werden, da sie das Neutronenkontinuum enthalten (vergl. (4.71)). Für eine der Näherung (7.11) entsprechenden Reaktionsamplitude des zum Analogzustand $|A\rangle$ führenden (p,n)-Prozesses ist das Gleichungssystem (4.69) für die gekoppelten Protonen- und Neutronenkontinua zu lösen und mit den Lösungen der direkte Term von (5.22) zu bilden; in diesem Fall entfallen die Resonanzterme.

Im Rahmen unseres Modells sind folgende Verallgemeinerungen der Zwei-Kanal-Näherung (7.11) bzw. (7.13) und (7.14) möglich, denen analoge Theorien im Rahmen des Schalenmodells¹⁰⁷⁾ und der Projektionsmethode^{108,109)} entsprechen. Zum einen läßt sich der Analogzustand $|A\rangle$ als korrelierter Eigenzustand zusammen mit den anderen p-h-Zuständen durch eine RPA-Rechnung nach (4.21) bestimmen. Zum anderen koppeln die Zustände der Form $\psi_p^+ |0\rangle$ und $\psi_n^+ |A\rangle$ sowohl mit den Zuständen der ähnlichen Konfiguration (7.9) als auch mit den übrigen 2p-1h-Anregungen. Die zusätzlich berücksichtigten Anregungen geben Anlaß zu zahlreichen neuen Resonanzen des Wirkungsquerschnitts und gestatten, die zu anderen Endzuständen als $|A\rangle$ führenden inelastischen Prozesse zu berechnen. Diese Resonanzen überlagern sich zum Teil der wegen ihrer ausgezeichneten Kopplung an den Eingangskanal besonders breiten Analogresonanz als Feinstruktur.

Die Analogresonanzen spielen insofern unter den intermediären Resonanzen also eine Sonderrolle, als ihre wichtigsten Feinstruktur - Komponenten - darunter vor allem die Zustände (7.9) - wie sie selbst im wesentlichen 2p-1h-Struktur haben und explizit durch unser Modell erfaßt sind. Sie sind auch dann noch ausgezeichnet, wenn in Vergrößerung des Modells über diese Feinstruktur gemittelt wird: da sie sich im Isospin von ihrem Untergrund unterscheiden, sind sie an diesen nur durch die Coulomb-Wechselwirkung gekoppelt und erhalten im Verhältnis zu ihren Zerfallbreiten sehr geringe Dämpfungsbreiten.

DWBA und Zwei-Stufen-Prozesse

Zum Schluß soll noch der Zusammenhang unserer Theorie mit zwei einfachen Modellen hergestellt werden, die alle intermediären Zustände entweder nur gemittelt oder als Einteilchen-zustände auf dem Hintergrund eines angeregten Targetzustands - d.h. faktorisiert - beschreiben.

Ähnlich wie die Theorie der intermediären Resonanzen sich als aus einer umfassenderen Theorie für feinere Resonanzen entstanden denken läßt, kann man über die intermediären Resonanzen

ihrerseits mitteln und auch für das gröbere Modell optimale effektive Wechselwirkungen mit Hilfe der Greenschen Funktionen bestimmen. Für elastische Streuung stellt (2.15) die T-Matrix in der Näherung des optischen Modells dar, wenn die Zweipunktfunktion aus einem etwa nach (A.30) gemittelten Massenoperator berechnet wird. (Nach dem Vorhergehenden ist es jedoch in manchen Fällen sinnvoller, das optische Potential - im Sinne von Feshbach¹⁴⁾ - durch Mitnahme inelastischer Kanäle zu einer Matrix zu erweitern, die auf eine mehrkomponentige Wellenfunktion wirkt.)

Dem optischen Potential entspricht für die inelastische Streuung die "distordierte Bornsche Näherung" (DWBA)⁴⁾. Eine solche Näherung stellen - ebenfalls nach Mittelung über die vor kommende Wechselwirkung¹¹¹⁾ - die von Gross¹¹¹⁾ und Emrich⁶²⁾ angegebenen Formeln für die Streuung an Gerade-gerade-Kernen dar. Anstelle von Gleichung (2.48) läßt sich die nicht-diagonale Zweipunktfunktion durch eine ähnliche homogene Integralgleichung ausdrücken, die aus (B.1) durch Polprojektion folgt⁷⁸⁾

$$G_{11'}^{S_A 0} = -i G_{1Y'} G_{\alpha 1'} K_{Y'\beta', \alpha S'}^{ph} G_{S'\beta'}^{S_A 0} \quad (7.15)$$

Mit (7.15) erhält man für die T-Matrix statt (3.24)

$$T_{k'k}^{S_A 0 (DWBA)} = \tilde{S}_{\beta S}^{0 S_A *} \tilde{K}_{k(\beta)\beta', k(\omega) S}^{ph} (\omega_{S_A}) \quad (|S_A\rangle \neq |0\rangle) \quad (7.16)$$

wenn man für die Teilchen-Loch-Wechselwirkung dieselbe genäherte Energieabhängigkeit (3.11a) wie bisher in dieser Arbeit voraussetzt.

Durch Vergleich mit (2.48) ergibt sich die Identität

$$K_{Y'\beta', \alpha S'}^{ph} G_{\alpha 1'} = 2 \Gamma_{\beta Y', S' \alpha}^{(ph)} G_{\alpha 1'}^{HF} \quad (7.17)$$

wobei $\Gamma^{(ph)}$ durch (2.47) definiert ist. Diese Beziehung drückt im wesentlichen eine Zerlegung von K^{ph} in einen statischen (schwach energieabhängigen) und einen resonanten Anteil aus, dessen Zeitordnung dem 2p-1h-Problem im Gegensatz zu der in (7.16) angepaßt ist. Eine alternative Zerlegung von K^{ph} , die ebenfalls zu einem einfacheren Modell als (3.24) führt, erhält man aus (7.17) mit Hilfe von (B.1) und den zu den Bewegungsgleichungen (B.10) und (B.11) adjungierten Gleichungen (vergl. dazu auch Ref.¹¹²⁾)

$$K_{\gamma', \beta', \alpha s'}^{ph} = 2 V_{\gamma', \beta', \alpha s'} \quad (7.18)$$

$$- \frac{1}{2} (K_{\bar{\gamma} \beta' \gamma', \bar{\beta} \bar{\gamma} s'}^{(ph)} - \{\bar{\beta} \leftrightarrow \bar{\gamma}\}) G_{\bar{\gamma} \gamma} R_{s \bar{\beta}, \beta \bar{s}} K_{\rho \gamma, s \alpha}^{ph}$$

Wenn man für die Wechselwirkungen in (7.18) die Zwei-Zeiten-Näherung - für K^{ph} speziell die statische - verwendet und den Ausdruck in (7.17) und (2.58) einsetzt, erhält man schließlich als T-Matrix

$$T_{k'k}^{S_A 0 (2-st)} = \tilde{S}_{\beta' s'}^{0 S_A} * \{ \sqrt{2} \tilde{V}_{\beta' k' (t-1) s', k(t)} + \sum_{S_A, i} \{ K_{\delta \beta' k' (t), \beta' s'; (\epsilon_{k'} + \omega_{S_A}) - \{\bar{\beta} \leftrightarrow \bar{\gamma}\}}^{(ph)} \left(\frac{\tilde{S}_{\beta s}^{0 S_A'} \tilde{S}_{\bar{\beta} \bar{s}}^{0 S_A'} (1-n_i)}{\epsilon_k - \omega_{S_A'} - \epsilon_i + i0} + \frac{\tilde{S}_{\beta s}^{S_A' 0} \tilde{S}_{\bar{\beta} \bar{s}}^{S_A' 0} n_i}{\epsilon_k + \omega_{S_A} - \epsilon_i - i0} \right) K_{\bar{\beta} i, \bar{s} k(t)}^{ph} \} \}$$

$$(|S_A \rangle \neq |0 \rangle) \quad (7.19)$$

Dieser Ausdruck, bei dem bis auf den direkten Term die (renormierte) freie Wechselwirkung und die Hartree-Fock-Streuwellenfunktionen eliminiert sind, berücksichtigt intermediäre Zustände explizit nur in erster Ordnung in den Teilchen-Loch-Vibrationszuständen des Targetkerns. Er steht in dieser Hinsicht also zwischen der Näherung (7.16) für direkte Prozesse und Formel (3.24) für intermediäre Compoundkern-Resonanzen, die solche virtuellen Zwischenanregungen in nullter Ordnung (gar nicht) bzw. in allen Ordnungen enthalten.

Diese Zwischenstellung legt es nahe, Formel (7.19) als erste Korrektur zu der für hohe Energien guten DWBA bei mittleren Energien zu verwenden, für die diese Näherung zu versagen beginnt. Ein zu (7.19) sehr ähnliches Modell ist zur Beschreibung von "Zwei-Stufen-Prozessen" in der Literatur¹¹³⁾ bekannt und vor allem zur Erklärung von Winkelverteilungen erfolgreich benutzt worden¹¹⁴⁾. Neben einem direkten Term, dem ersten Term in (7.19), und dem in unserer Schreibweise mit diesem verschmolzenen direkten Austauschterm enthalten solche Theorien einen "Core-Polarisationsterm", ebenfalls mit einem zugehörigen Austauschterm, denen in unserer Formel die antisymmetrisierte Wechselwirkung $K^{(ph)}$ in Verbindung mit dem ersten Polterm entspricht. Zusätzlich enthält (7.19) noch "heavy-particle-stripping"-Korrekturen.

Durch Iteration von (7.18) lassen sich Formeln für Prozesse höherer Ordnung in den p-h-Anregungen aufstellen. Die in den vorigen Kapiteln aufgestellte Theorie läßt sich als der Grenzfall ansehen, der sie in allen Ordnungen erfaßt. Andererseits kann man auf ähnliche Weise Formeln herleiten, die auch die explizite Ankopplung von 2p-Zuständen in niedrigster Ordnung beschreiben¹¹⁵⁾. Allen solchen Ausdrücken einschließlich (7.16) und (7.19) ist gemeinsam, daß sie exakt sind bis auf die Näherungen in der Energieabhängigkeit der effektiven Wechselwirkungen. Das unterscheidet sie von formal ähnlichen Näherungen, die man aus (3.24) durch Vernachlässigung aller Polterme oder deren Approximation durch die Lösung etwa von Gleichung (2.33c) in erster Ordnung erhält, und in denen im wesentlichen die Wechselwirkung $\tilde{K}^{ph}$ in (7.16) und (7.19) durch $\tilde{V}$ ersetzt ist. Solche Ausdrücke würden tatsächlich nur Ein- oder Zwei-Stufen-Prozesse im Sinne einer Entwicklung nach Potenzen von $\tilde{V}$ berücksichtigen. Dagegen werden in den Amplituden (7.16) und (7.19) alle komplizierteren Prozesse auf eine summarische Weise durch effektive Wechselwirkungen mit erfaßt. Mit Hilfe der Greenschen Funktionen lassen sich die Streuamplituden also dadurch verbessern, daß sie in Zusammenhang mit anderen kernphysikalischen Phänomenen gebracht werden.

Anhang A: Die Dyson-Gleichung und die Zerlegung des Massenoperators

Eine Grundlage für die Methode der Greenschen Funktionen stellt das Martin-Schwingersche gekoppelte System ihrer Bewegungsgleichungen²⁹⁾ dar, das sich aus der Bewegungsgleichung für die Feldoperatoren

$$\frac{\partial}{\partial t_1} \psi_1(t_1) = i [H, \psi_1(t_1)] \quad (\text{A.1})$$

unter Benutzung der Darstellung (2.5) für den Hamilton-Operator durch Differentiation der n-Teilchen-Green-Funktionen (2.16) nach der ersten Zeitvariablen ergibt; dabei definiert man zusätzlich die Greensche Funktion eines freien Teilchens als die für $t_1 < t_1$, verschwindende Lösung von

$$\left\{ i \frac{\partial}{\partial t_1} \delta_{1\alpha} - \left(\frac{p^2}{2m} \right)_{1\alpha} \right\} G_{\alpha 1'}^\circ(t_1 - t_1') = \delta(t_1 - t_1') \delta_{11'} \quad (\text{A.2})$$

Die beiden ersten Bewegungsgleichungen, die für das Studium der Einteilchenbewegung und des 2p-1h-Problems auf dem Hintergrund des A-Nukleonen-Grundzustands $|0\rangle$ der Energie E_0 wichtig sind, sind

$$G_{11'} = G_{11'}^\circ - i G_{1\alpha}^\circ V_{\alpha\beta, \gamma\delta} G_{\gamma\delta, 1'\beta^+} \quad (\text{A.3})$$

und

$$G_{12, 1'2'} = G_{11'}^\circ G_{22'} - G_{12'}^\circ G_{21'} + i G_{1\alpha}^\circ V_{\alpha\beta, \gamma\delta} G_{2\gamma\delta, 1'2'\beta^+} \quad (\text{A.4})$$

In diesen Gleichungen sowie in allen weiteren Gleichungen dieser Arbeit, in denen die Zeitkoordinaten - oder Energievariablen von Fourier - transformierten Größen - nicht explizit erscheinen, werden die Zeiten t_α von den Matrixindices α

miterfaßt; insbesondere beinhaltet die Einsteinsche Summenkonvention dann eine zusätzliche Zeitintegration und das Kronecker-Symbol eine δ -Funktion⁴³⁾. In solchen formalen Gleichungen enthält die freie Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, die als antisymmetrisch vorausgesetzt werden kann, zusätzlich δ -Funktionen in der Zeit gemäß

$$V_{12,34} \delta(t_1 - t_2) \delta(t_3 - t_4) \delta(t_1 - t_3) \rightarrow V_{12,34} .$$

Bei gleichzeitigen Indices markiert erforderlichenfalls ein +-Zeichen eine infinitesimale Vergrößerung des Zeitanteils, der z.B. die Reihenfolge von aus (2.5) stammenden Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren festlegt.

Aus Gleichung (A.3) läßt sich die Zweiteilchen-Green-Funktion eliminieren, wenn man einen Massenoperator, das effektive Einteilchenpotential, einführt durch

$$-iV_{\beta\gamma\delta} G_{\delta\delta,1'\beta^+} = M_{1\beta} G_{\beta 1'} ; \quad (\text{A.5})$$

man erhält die Dyson-Gleichung, die die Einteilchenbewegung beschreibt

$$G_{11'} = G_{11'}^0 + G_{1\alpha}^0 M_{\alpha\beta} G_{\beta 1'} . \quad (\text{A.6})$$

Nach Ethofer und Schuck⁶⁸⁾ läßt sich der Massenoperator symmetrisch durch eine modifizierte Sechspunktfunktion ausdrücken. Mit der Definition

$$R_{123,1'2'3'} = G_{123,1'2'3'} - G_{23,3'\alpha} G_{\alpha\beta}^{-1} G_{\beta 1,1'2'} \quad (\text{A.7})$$

lassen sich Gl. (A.4) und eine adjungierte Bewegungsgleichung dann umschreiben zu

$$\begin{aligned}
 G_{12,1'2'} - G_{11'} G_{22'} + G_{12'} G_{21'} &= i G_{1\alpha} V_{\alpha\beta, \gamma\delta} R_{2\gamma\delta, 1'2'\beta} \\
 &= i R_{\beta12, \gamma\delta 2'} V_{\gamma\delta, \alpha\beta} G_{\alpha 1'} \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{A.8}$$

so daß sich Gl. (A.5) auflösen läßt

$$M_{11'} = M_{11'}^{HF} + M_{11'}^R \quad , \tag{A.9}$$

$$M_{11'}^{HF} = -2i V_{1\alpha, 1'\beta} G_{\beta\alpha} \quad , \tag{A.10}$$

$$M_{11'}^R = V_{1\beta, \gamma\delta} R_{\beta'\gamma\delta, \gamma'\delta'\beta} V_{\gamma'\delta', 1'\beta'} \quad . \tag{A.11}$$

Die Dyson-Gleichung (A.6) ist äquivalent zu dem Gleichungspaar

$$G_{11'}^{HF} = G_{11'}^0 + G_{1\alpha}^0 M_{\alpha\beta}^{HF} G_{\beta 1'}^{HF} \quad , \tag{A.12}$$

$$G_{11'} = G_{11'}^{HF} + G_{1\alpha}^{HF} M_{\alpha\beta}^R G_{\beta 1'} \quad . \tag{A.13}$$

Fourier-Transformation aller Größen von Zeit- auf Energievariablen ergibt für die Dyson-Gleichung zunächst die Form (2.13) und mit (2.11) schließlich

$$(e \delta_{1\alpha} - H_{1\alpha}^{HF} - M_{1\alpha}^R(e)) G_{\alpha 1'}(e) = \delta_{11'} \tag{A.14}$$

Dabei enthält

$$H_{11'}^{HF} = \left(\frac{p^2}{2m} \right)_{11'} + 2 V_{1\alpha, 1'\beta} \langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} \psi_{\beta} | 0 \rangle \tag{A.15}$$

im zweiten Term bis auf eine δ -Funktion in der Zeit den ersten Teil M^{HF} des Massenoperators (A.10), ein statisches Einteilchenpotential, das das Hartree-Fock-Potential verallgemeinert und sich aus der exakten Dichtematrix des Grundzustands des A-Nukleonen-Systems berechnet. Der andere Anteil des Massenoperators, der den Einfluß von angeregten Zuständen dieses Kerns auf die Einteilchenbewegung enthält, wird zu

$$M_{11'}^R(e) = V_{1\delta, \beta\gamma} R_{\delta'\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}(e) V_{\gamma'\delta', 1'\beta'} \quad , \quad (\text{A.16})$$

wobei

$$R_{4'23, 2'3'4}(e) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} \lim_{\substack{t_2, t_3, t_4 \rightarrow t \\ t_2', t_3', t_4' \rightarrow t'}} R_{4'23, 2'3'4} \quad (\text{A.17})$$

eine zwei-zeitige Sechspunktfunktion enthält, deren Definition unabhängig von der Reihenfolge der Limites ist (vergl. (C.10) und (C.11)). Die Lösung von Gl. (A.14) hat die allgemeine Darstellung

$$\begin{aligned} G_{11'}(e) &= \int_{-\infty}^{\infty} d(t-t') \exp\{ie(t-t')\} G_{11'}(t-t') \\ &= \langle 0 | \left(\psi_1 \frac{1}{e - \hat{H} + i0} \psi_{1'}^+ + \psi_{1'}^+ \frac{1}{e + \hat{H} - i0} \psi_1 \right) | 0 \rangle \quad , \quad (\text{A.18}) \end{aligned}$$

$$\hat{H} = H - E_0 \quad .$$

Die inhomogene Gleichung (A.14) impliziert eine homogene Gleichung von der Form einer verallgemeinerten Einteilchen-Schrödinger-Gleichung. Wenn man auf beiden Seiten die Residuen der den gebundenen A $\pm$ 1-Nukleonen-Eigenzuständen entsprechenden in (A.18) gemäß der äquivalenten Darstellung

$$G_{11'}(e) = \oint_{t_{A\pm 1}} \frac{a_1^{t_{A\pm 1}} a_1^{t_{A\pm 1}*}}{e - e_{t_{A\pm 1}} \pm i0} \quad (\text{A.19})$$

vorkommenden diskreten Pole vergleicht, erhält man für deren Energien und Einteilchenamplituden

$$e_{t_{A\pm 1}} = \pm (E_{t_{A\pm 1}} - E_0) , \quad (A.20)$$

$$\alpha_{t_{A+1}} = \langle 0 | \psi_1 | t_{A+1} \rangle , \quad \alpha_{t_{A-1}} = \langle t_{A-1} | \psi_1 | 0 \rangle$$

das verallgemeinerte Eigenwertproblem

$$(e_t \delta_{1\alpha} - H_{1\alpha}^{HF} - M_{1\alpha}^R(e_t)) \alpha_\alpha^t = 0 . \quad (A.21)$$

Die korrekte Normierung der Eigenvektoren ist in Ref.⁸²⁾ angegeben.

Das optische Potential

Die Lösungen derselben Gleichung (A.14), die dem A+1-Nukleonen-Kontinuum entsprechen, sind gerade die Einteilchenkomponenten der asymptotisch auslaufenden Streuwellenfunktion (2.4), die Nukleonenstreuung am Grundzustand des A-Kerns beschreibt. Auf Grund der aus (2.4) und (A.18) folgenden Beziehung⁵⁷⁾

$$i0 G_{gk}(\epsilon_k) = \langle 0 | \psi_g | 0, k^{(+)} \rangle =: (g | k^{(+)}) , \quad (A.22)$$

wobei der Index k von G für eine δ -normierte Impuls-Eigenfunktion mit dem Eigenwert $\epsilon_k = \frac{k^2}{2m}$ steht und die avancierte Green-Funktion des zweiten Terms in (A.18) zum Limes (A.22) nichts beiträgt, gilt auch

$$(\epsilon_k \delta_{r_g} - H_{r_g}^{HF} - M_{r_g}^R(\epsilon_k)) (g | k^{(+)}) = 0 . \quad (A.23)$$

Wenn man zu Gl. (A.23), einer Integro-Differentialgleichung in der durch die Bezeichnung angedeuteten Ortsdarstellung, die Randbedingung auslaufender Streuwellen hinzufügt, erhält man eine Integralgleichung, die Lippmann-Schwinger-Gleichung⁷⁴⁾ (2.53), die formal durch den Ausdruck (2.52) gelöst wird. Entsprechende Gleichungen lassen sich auch für die asymptotisch einlaufenden Wellenfunktionen herleiten (vergl. 2.51).

Der statische Anteil H^{HF} des effektiven Einteilchen-Hamilton-Operators, der von Baranger diskutiert wird⁷⁵⁾, bietet sich als optimal zur Darstellung von Schalenmodellzuständen an. Insbesondere wird in der vorliegenden Arbeit als Basis der Matrixgrößen ein orthonormaler und vollständiger Satz seiner Eigenfunktionen angenommen

$$H_{11'}^{HF} = e_1^{HF} \delta_{11'} \quad . \quad (A.24)$$

Die im allgemeinen singuläre freie Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung in M^{HF} läßt sich, wie in Anhang D gezeigt wird, unter Benutzung eines Beitrags von M^R zusammen mit der dort vorkommenden zu einer endlichen Größe renormieren; dabei wird M^{HF} zu einem Brueckner-Hartree-Fock-Potential verallgemeinert, das gegebenenfalls hermitisiert werden muß.

Der energieabhängige Teil $M^R(e)$ des Massenoperators berücksichtigt den Einfluß der komplizierteren Anregungsformen des Kerns auf die Einteilchenbewegung, indem er diese über die freie Wechselwirkung an ein effektive 2p-1h-Problem ankoppelt, das die Funktion $R^{(3)}$ in der im Massenoperator vorkommenden Zeitordnung (A.17) beschreibt. In der Entwicklung nach Feynman-Graphen^{27,35)} enthält diese Sechspunktfunktion dank der Subtraktion (A.7) diejenigen Graphen nicht, die sich durch Zerschneiden einer $G^{(1)}$ -Linie in zwei Teile trennen lassen. Sie kann daher nach Einführung eines 2p-1h-irreduziblen Vertex, der alle auch durch Zerschneiden von zwei Teilchenlinien und einer Lochlinie nicht trennbaren Graphen enthält, durch Aufsummation dieser Einteilchen-Propagatoren und dieses Vertex als effektiver 2p-1h-Wechsel-

wirkung im Rahmen einer Bethe-Salpeter-Gleichung berechnet werden, was in den Abschnitten B und C dieses Anhangs diskutiert wird.

Als Lösung eines solchen 2p-1h-Problems, das auch das analoge 2h-1p-Problem einschließt, hat $R^{(3)}(e)$ die allgemeine Spektraldarstellung

$$R_{4'23,2'3'4}(e) = R_{4'23,2'3'4}^{(+)}(e) + R_{4'23,2'3'4}^{(-)}(e) \quad , \quad (A.25)$$

$$R_{4'23,2'3'4}^{(\pm)}(e) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{S_{4'23,2'3'4}^{(\pm)}}{\omega - e \pm i0} \quad ,$$

wobei die Spektralfunktionen

$$S_{4'23,2'3'4}^{(\pm)}(\omega) = \int \prod_{\nu \in \{2p, 1h\}} S_{234}^{\nu} S_{2'3'4'}^{\nu*} \delta(\omega - \varepsilon_{\nu}) \quad (A.26)$$

die Amplituden und Eigenwerte dieses Problems enthalten, die in Anhang C berechnet werden; die verschiedenen Vorzeichen der infinitesimalen Imaginärteile in (A.25) kann man z.B. durch Bornsche Entwicklung von Gl. (C.32) verifizieren. Abgesehen von δ -Funktionen mit diskreten Eigenwerten, die Polen in (A.25) entsprechen, sind die Spektralfunktionen nur in den Kontinuumsbereichen der beiden Konfigurationen von Null verschieden, etwa für $\omega > e_c^{(+)}$ bzw. $\omega < e_c^{(-)}$, wobei i.a. $e_c^{(+)} > e_c^{(-)}$. Nach Einsetzen von (A.26) in (A.25) kann man $M^R(e)$ leicht in einen hermiteschen und anti-hermiteschen Teil gemäß

$$M_{11'}^R(e) = M_{11'}^{R(re)}(e) - i M_{11'}^{R(im)}(e) \quad (A.27)$$

zerlegen. Insbesondere erhält man für den negativen Imaginärteil des Massenoperators

$$M_{11'}^{R(im)}(e) = \pi V_{1s,\beta\delta} \left(S_{s'\beta\delta,\beta'\delta's}^{(+)}(e) - S_{s'\beta\delta,\beta'\delta's}^{(-)}(e) \right) V_{\beta'y',1'\delta'} \quad (A.28)$$

Der Anteil $M^R(e)$ erweitert also das hermitesche statische Schalenmodellpotential M^{HF} zu einem komplexen und energieabhängigen verallgemeinerten optischen Potential, das ähnlich wie in Feshbachs Theorie definiert ist und wie dort oberhalb der Schwelle für die inelastischen Streuprozesse einen absorptiven Imag inärteil besitzt. Zusätzlich hat es einen Imaginärteil, der die Bewegung eines Nukleonenloches in dem Energiebereich der Nukleonenstreuung an Zwei-Loch-Kernen dämpft.

Ein geglättetes optisches Potential im engeren Sinne erhält man durch Mittelung über die 2p-1h-Resonanzen, nach welcher auch die diskreten Pole zum Imaginärteil beitragen. Mittelung mit einer Lorentz-Kurve der Breite $O(e)$ bedeutet Ersetzen der Sechspunktfunktion (A.25) durch¹⁴⁾

$$\bar{R}_{4'23,2'3'4}(e) = R_{4'23,2'3'4}^{(+)}(e - iO(e)) + R_{4'23,2'3'4}^{(-)}(e + iO(e)), \quad (\text{A.29})$$

und der so gemittelte Massenoperator wird

$$\begin{aligned} \bar{M}_{11'}^{R(i_m)}(e) &= V_{15,\beta\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{(\omega - e)^2 + O^2(e)} \left\{ \frac{(\omega - e)}{O(e)} \right\} (S_{\delta\beta\delta, \beta'\gamma'\delta}^{(+)}(\omega) \pm S_{\delta'\beta\delta, \beta'\gamma'\delta}^{(-)}(\omega)) V_{\beta'\gamma',1'\delta'} . \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Anhang B: Bethe-Salpeter-Gleichungen für Vierpunkt- und Sechspunktfunktionen

Wie ihre Bornsche Entwicklung zeigt, beinhaltet die Dyson-Gleichung für die Zweipunktfunktion die Aufsummation des effektiven Einteilchenpotentials in allen Ordnungen. Für die höheren Greenschen Funktionen lassen sich im Rahmen ihrer Entwicklung nach Feynman -Graphen entsprechende Integralgleichungen, Bethe-Salpeter-Gleichungen, aufstellen, die effektive Wechselwirkungen zwischen Nukleonen oder Nukleonenlöchern aufsummieren^{27,37,35)}. Die effektiven Potentiale der letzteren sind dabei i.a. schon zu $G^{(1)}$ -Linien vorsummiert; deren gegenseitige Orientierung definiert die Aufteilung der wechselwirkenden Fermionen nach Teilchen und Löchern, wobei das der Vertauschung beider Gruppen entsprechende dynamische Problem vom ursprünglichen mit erfaßt wird.

Eine solche Gleichung für das Teilchen-Loch-Problem oder eine ihr entsprechende liegen der ursprünglichen Theorie der endlichen Fermionensysteme von Migdal zugrunde

$$R_{12,1'2'} = -G_{12'}G_{21'} - iG_{1\beta}G_{\alpha1'}K_{\beta\alpha',\alpha\beta'}^{Ph}R_{\beta'2,\alpha'2'} \quad , \quad (B.1)$$

wobei R die Teilchen-Loch-Antwortfunktion ist

$$R_{12,1'2'} = G_{12,1'2'} - G_{11'}G_{22'} \quad . \quad (B.2)$$

Die entsprechende Gleichung für das 2p-Problem lautet

$$G_{12,1'2'} = G_{11'}G_{22'} - G_{12'}G_{21'} + iG_{1\alpha}G_{2\beta}K_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}^{PP}G_{\alpha'\beta',1'2'} \quad . \quad (B.3)$$

Die effektiven Wechselwirkungen wie K^{Ph} und K^{PP} als effektive ph- bzw. 2p-Wechselwirkung lassen sich entweder graphisch als irreduzible Vertices^{27,35)} definieren, die nicht auftrenn-

bar sind durch Zerschneiden der in den inhomogenen Termen der Gleichungen stehenden G-Propagatoren für Teilchen oder Löcher, oder als Funktionalableitungen einfacherer Größen⁴¹⁻⁴³).

Ähnliche Gleichungen für Sechspunktfunktionen wurden von Ethofer und Schuck⁶⁸⁾ aufgestellt. Das 2p-1h-Problem wird durch eine Gleichung für die im Massenoperator vorkommende durch (A.7) definierte Funktion $R^{(3)}$ beschrieben, die gemäß der Diskussion in Anhang A solche Graphen ausschließt, die virtueller Vernichtung eines Teilchen-Loch-Paars aus dem 2p-1h-Tripel entsprechen

$$R_{4'23, 2'3'4} = G_{4'4} (G_{22'} G_{33'} - G_{23'} G_{32'}) + G_{s4} G_{2\beta} G_{3\gamma} K_{s'\beta\gamma, \beta'\gamma's} R_{4'\beta's', 2'3's'} \quad (B.4)$$

Dabei lassen sich von der effektiven 2p-1h-Wechselwirkung K drei Arten von faktorisierenden Termen bzw. unverbundenen Graphen abspalten, die die Wechselwirkungen der 2p- und p-h-Unterprobleme enthalten; der Rest ist eine effektive Dreikörperkraft K^{pph}

$$K_{4'23, 2'3'4} = i(G_{4'4}^{-1} K_{23, 2'3'}^{pp} - G_{33'}^{-1} K_{4'2, 2'4}^{ph} - G_{22'}^{-1} K_{4'3, 3'4}^{ph}) + K_{4'23, 2'3'4}^{pph} \quad (B.5)$$

Die Bethe-Salpeter-Gleichung für das 3p-Problem lautet schließlich

$$G_{123,1'2'3'} = \int_{P(1'2'3')} \text{sgn } P \, G_{1P_1} G_{2P_2} G_{3P_3} + G_{1\alpha} G_{2\beta} G_{3\gamma} \hat{K}_{\alpha\beta\gamma, \alpha'\beta'\gamma'} G_{\alpha'\beta'\gamma', 1'2'3'} \quad , \quad (\text{B.6})$$

$$\hat{K}_{123,1'2'3'} = i(G_{11'}^{-1} K_{23,2'3'}^{PP} + G_{22'}^{-1} K_{13,1'3'}^{PP} + G_{33'}^{-1} K_{12,1'2'}^{PP}) + K_{123,1'2'3'}^{PPP} \quad ; \quad (\text{B.7})$$

die Summation in (B.6) läuft über alle Permutationen P des Tripels (1'2'3') mit dem Vorzeichen sgn P.

Kopplung von Einteilchen- und 2p-1h-Problem

Die Lösung $R^{(3)}$ der Integralgleichung (B.4) enthält i.a. unphysikalische 2p-1h-Zustände, da bei deren Berechnung die Kopplung an die Einteilchenbewegung zunächst unberücksichtigt bleibt und diese erst in einem zweiten Schritt über die Lösung der Dyson-Gleichung erfolgt. Für manche Anwendungen wie die der vorliegenden Arbeit ist es vorteilhaft, von vornherein mit einem beide Gleichungen umfassenden gekoppelten System zu arbeiten, das beide Bewegungstypen symmetrisch behandelt.

Zu diesem Zweck definieren wir modifizierte Vier- und Sechspunktfunktionen $L^{(2)}$ und $L^{(3)}$, die sich im Gegensatz zu $R^{(3)}$ nur durch Produkte niedrigerer Green-Funktionen von den ursprünglich definierten unterscheiden,

$$L_{12,1'2'} = G_{12,1'2'} - G_{11'} G_{22'} + G_{12'} G_{21'} \quad (\text{B.8})$$

und

$$L_{123,1'2'3'} = R_{123,1'2'3'} + L_{23,3'\alpha} G_{\alpha\beta}^{-1} L_{\beta 4,1'2'} \quad , \quad (\text{B.9})$$

wozu (2.30) eine äquivalente Definition darstellt.

Die Funktion $L^{(2)}$ ist der korrelierte (verbundene) Anteil von $G^{(2)}$, und $L^{(3)}$ hat nur diejenigen unverbundenen Graphen von $G^{(3)}$, die auch in $R^{(3)}$ vorkommen.

Die Funktionen L genügen zu (A.3) und (A.4) analogen Bewegungsgleichungen, die statt der Green-Funktion für ein freies Teilchen die Zweipunktfunktion in Hartree-Fock-Näherung enthalten

$$G_{11'} = G_{11'}^{\text{HF}} + i G_{1\alpha}^{\text{HF}} V_{\alpha\beta, \gamma\delta} L_{\gamma\delta, \beta 1'} \quad , \quad (\text{B.10})$$

$$L_{12,1'2'} = i G_{1\alpha}^{\text{HF}} V_{\alpha\beta, \gamma\delta} L_{2\gamma\delta, 1'2'\beta} \quad . \quad (\text{B.11})$$

Gleichung (B.10) folgt leicht aus (A.3) mit Hilfe von (A.10) und (A.12). Gleichung (B.11) erhält man, indem man die Dyson-Gleichung (A.13) in der Form $G^{-1} = G^{\text{HF}-1} - M^{\text{R}}$ mit $L^{(2)}$ multipliziert, M^{R} durch $R^{(3)}$ nach (A.11) ausdrückt und schließlich je eine Umformung mit jeder der Gleichungen (A.8) durchführt.

Die Gleichungen (A.8), (B.10) und (B.11) lassen sich zusammen mit einer vierten Beziehung, die sich nach Multiplikation von (B.9) mit $R^{(3)-1}$ und weiterer Umformung mit Hilfe der zweiten Gleichung (A.8) ergibt, unter Benutzung einer kompakten Schreibweise zu einer Matrixgleichung zusammenfassen

$$\begin{pmatrix} (G^{\text{HF}})^{-1}_{1\alpha} & -V_{\delta 4, \beta\gamma} \\ -V_{23, 4\alpha} & \frac{1}{2} R^{-1}_{\delta 23, \beta\gamma 4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\alpha 1'} & -i L_{4'4, 2'3'} \\ -i L_{\beta\gamma, \delta 1'} & L_{4'\beta\gamma, 2'3'\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{11'} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} (\delta_{22'} \delta_{33'} - \delta_{23'} \delta_{32'}) \delta_{44'} \end{pmatrix} . \quad (\text{B.12})$$

Die Inverse von $R^{(3)}$ ist dabei definiert bezüglich der antisymmetrischen Einheitsmatrix, wie sie in der Form

$$(G_{2\beta}^{-1} G_{3\gamma}^{-1} G_{\delta 4}^{-1} - K_{\delta 23, \beta \gamma 4}) R_{4' \beta \gamma, 2' 3' \delta} = (\delta_{22'}, \delta_{33'}, -\delta_{23'}, \delta_{32'}) \delta_{44'} \quad (\text{B.13})$$

für die Bethe-Salpeter-Gleichung (B.4) dieser Funktion erscheint. Wenn der aus (B.13) sich ergebende Ausdruck für $R^{(3)-1}$ in Gleichung (B.12) eingesetzt wird und eine zu dem Schritt, der von (B.13) zurück zu (B.4) führt, analoge Matrixmultiplikation mit G^{HF} und GGG dort durchgeführt wird, erhält man das System (2.33a), eine Bethe-Salpeter-Gleichung für eine Blockmatrix aus Green-Funktionen, die das Einteilchen- und das 2p-1h-Problem simultan beschreibt. Wie aus der Ableitung hervorgeht, stellt sie das durch eine effektive Wechselwirkung "abgeschnittene" Martin-Schwingersche Gleichungssystem dar.

Die modifizierten Gleichungssysteme (2.33b) und (2.33c), die in den inhomogenen Termen, den Propagatoren nullter Ordnung, schon durch Partialsummationen nach (B.3) und (B.1) erhaltene 2p- oder p-h-Korrelationen enthalten, ergeben sich leicht, wenn man diese Gleichungen für die Vierpunktfunktionen in eine zu (B.13) analoge Form bringt und die Inversen der Vierpunktfunktionen in (B.13) unter Benutzung der Zerlegung (B.5) substituiert. Auf ähnliche Weise folgt die modifizierte Gleichung für das 3p-Problem (2.21) aus (B.3), (B.6) und (B.7).

Anhang C: Umformung von Integralgleichungen mit effektiven Wechselwirkungen in Zwei-Zeiten-Näherung

Matrixgleichungen für Vierpunktfunktionen

Wie aus der Theorie der Vierpunktfunktionen bekannt ist, lassen sich die Bethe-Salpeter-Gleichungen (B.1) und (B.3) in einer bestimmten Näherung leicht auf Gleichungen zurückführen, die nur von einer Energievariablen abhängen und verallgemeinerte Eigenwertprobleme wie die renormierten p-h- und 2p-RPA-Gleichungen implizieren. Dazu ist erforderlich, daß in den effektiven Wechselwirkungen die Zeitvariablen der wechselwirkenden Teilchen oder Löcher jeder der beiden (physikalischen) Seiten der Matrixelemente untereinander gleich sind, also insbesondere die Zeitanteile derjenigen Indizes, die in einer Gleichung die Wechselwirkung mit der zu bestimmenden Greenschen Funktion verbinden^{35,118)}.

Mit solchen durch (3.11) definierten Zwei-Zeiten-Näherungen für die effektiven p-h- und 2p-Wechselwirkungen erhält man nach Fourier-Transformation der Gleichungen aus (B.1) und (B.3)

$$R_{4'2,2'4}(e) = R_{4'2,2'4}^{\circ}(e) + R_{\delta 2,\beta 4}^{\circ}(e) K_{\delta'\beta,\beta'\delta}^{Ph}(e) R_{4'\beta',2'\delta'}(e), \quad (C.1)$$

$$G_{12,1'2'}(e) = G_{12,1'2'}^{\circ}(e) - \{1' \leftrightarrow 2'\} + G_{12,\alpha\beta}^{\circ}(e) K_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}^{PP}(e) G_{\alpha'\beta',1'2'}(e). \quad (C.2)$$

Die Fourier-transformierten Wechselwirkungen sind durch (3.13) definiert. Die Funktionen R° und G° enthalten als Faltung zweier Zweipunktfunktionen (A.19) die durch (A.20) definierten Größen und sind durch die folgenden Summen über Eigenzustände der $A \pm 1$ -Nukleonen-Systeme gegeben

$$R_{4'2,2'4}^{\circ}(e) = \left(\int_{t_2^{A+1}, t_4^{A-1}} - \int_{t_2^{A-1}, t_4^{A+1}} \right) \frac{a_{4'}^{t_4} a_2^{t_2} a_{2'}^{t_2*} a_4^{t_4*}}{e - e_{t_2} + e_{t_4} \pm i0}, \quad (C.3)$$

$$G_{23,2'3'}^{\circ}(e) = \left(\int_{t_2^{A+1}, t_3^{A+1}} - \int_{t_2^{A-1}, t_3^{A-1}} \right) \frac{a_2^{t_2} a_3^{t_3} a_{2'}^{t_2*} a_{3'}^{t_3*}}{e - e_{t_2} - e_{t_3} \pm i0}; \quad (C.4)$$

dabei beziehen sich das obere und untere Vorzeichen der infinitesimalen Größen jeweils auf den ersten und zweiten Summenterm. Die Lösungen der Gleichungen (C.1) und (C.2), die Fourier-Transformierten von in (4.18) und (4.52) vorkommenden Zwei-Zeiten-Größen, enthalten in ihren Polen die Energien der Eigenzustände der A- und A±2-Nukleonen-Systeme, wobei das Fehlen des A-Nukleonen-Grundzustands durch einen Strich am Summenzeichen markiert wird ($\omega_s = E_s - E_0$)

$$R_{4,2,2'}(e) = \iint_{S_A} \frac{\langle 0 | \psi_4^+ \psi_2 | S_A \rangle \langle S_A | \psi_2^+ \psi_4 | 0 \rangle}{e - \omega_{S_A} + i0} - \iint_{S_A} \frac{\langle 0 | \psi_2^+ \psi_4 | S_A \rangle \langle S_A | \psi_4^+ \psi_2 | 0 \rangle}{e + \omega_{S_A} - i0} , \quad (C.5)$$

$$G_{2,3,3'}(e) = \iint_{S_{A+2}} \frac{\langle 0 | \psi_3 \psi_2 | S_{A+2} \rangle \langle S_{A+2} | \psi_2^+ \psi_3^+ | 0 \rangle}{e - \omega_{S_{A+2}} + i0} - \iint_{S_{A-2}} \frac{\langle 0 | \psi_2^+ \psi_3^+ | S_{A-2} \rangle \langle S_{A-2} | \psi_3 \psi_2 | 0 \rangle}{e + \omega_{S_{A-2}} - i0} . \quad (C.6)$$

Für diese Zustände, die als Targetkern-Zustände für die in dieser Arbeit studierten Reaktionen vorkommen, erhält man durch Grenzübergang ähnliche homogene Gleichungen wie (A.21).

Matrixgleichung für die 2p-1h-Green-Funktion

Eine zu (C.1) und (C.2) analoge Reduktion von Gleichungen für die Sechspunktfunktion und höhere Green-Funktionen bereitet größere Schwierigkeiten, da eine Zwei-Zeiten-Näherung sinnvollerweise auf jeden irreduziblen Vertex niederer Ordnung, der von der totalen Wechselwirkung abspaltet, getrennt anzuwenden ist. So können in Gleichung (B.4) für das 2p-1h-Problem die wichtigen Anteile der Wechselwirkung K^{ph} und K^{pp} aus (B.5) nur Gleichsetzung von zwei der drei in Frage kommenden Zeiten bewirken.

Mit einer auf andere Fälle verallgemeinerbaren Methode wird im folgenden die Reduktion von Gleichung (B.4), der einfachsten für das 2p-1h-Problem, bei Verwendung von Zwei-Zeiten-Näherungen für alle Bestandteile der Wechselwirkung durchgeführt. Eine weitere Näherung, die Quasiteilchen-Näherung für die vorkommenden Einteilchenamplituden, gestattet dann, a posteriori eine Zwei-Zeiten-Näherung für die gesamte effektive 2p-1h-Wechselwirkung einzuführen, die in der vorliegenden Arbeit ab Kap. 3 benutzt wird. Wir beschränken uns bei den Umformungen auf einen Modellfall mit ausschließlich diskreten Energieniveaus der Green-Funktionen und speziell des Massenoperators. Das erlaubt Rechenoperationen wie Partialbruchzerlegung nach Polen und Herausprojektion von Polen anzuwenden. Die so gewonnenen Resultate benutzen wir dann in unwesentlicher Verallgemeinerung auch im realistischen Fall, der das Kontinuum einschließt.

Bei der Diskussion des Lösungswegs von Gleichung (B.4) geht man zweckmäßig von der Zeit - zur Energiedarstellung aller in ihr vorkommenden Größen über gemäß der allgemeinen Fourier-Transformation

$$A_{1..n,1'..n'}(\epsilon_1 \dots \epsilon_{n'}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int dt_1 \dots dt_{n'} \cdot e^{i(\epsilon_1 t_1 + \dots + \epsilon_n t_n - \epsilon_{1'} t_{1'} - \dots - \epsilon_{n'} t_{n'})} A_{1..n,1'..n'}(t_1 \dots t_{n'}) \quad (C.7)$$

Die Zwei-Zeiten-Näherungen für die effektiven Wechselwirkungen, die durch (3.11) für $K_{23,2'3'}^{pp}$ und $K_{4'2,2'4}^{ph}$ sowie (3.1) für $K_{4'23,2'3'4}^{pph}$ definiert sind, gehen bei dieser Transformation in Größen über, die nur von den Kombinationen $\epsilon_2 + \epsilon_3$, $\epsilon_2 - \epsilon_4$ bzw. $\epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4$ abhängen, wie z.B.

$$K_{23,2'3'}^{pp}(\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_{2'}, \epsilon_{3'}) = 2\pi \delta(\epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_{2'} - \epsilon_{3'}) K_{23,2'3'}^{pp}(\epsilon_2 + \epsilon_3) \quad (C.8)$$

Dabei rührt die δ -Funktion von der Invarianz der Größen gegen Zeittranslation her; den zweiten Faktor erhält man durch die einfachere Fourier-Transformation (3.13) aus dem Ausdruck, auf den sich die zeitabhängige Wechselwirkung nach Streichung der δ -Funktionen in der Zeit reduziert.

Die von fünf unabhängigen Energievariablen abhängige Sechspunktfunktion $R^{(3)}$, die die transformierte Gleichung (B.4) löst, enthält nach (A.16) die Pole des Massenoperators. Für die im Massenoperator vorkommende integrierte Version dieser Funktion, die nur von einer Energie abhängt und für die im allgemeinen Fall aus (B.4) keine direkte Bestimmungsgleichung ableitbar ist, erhält man leicht eine explizite Poldarstellung. Man kann zeigen, daß sich die Pole der $A \pm 1$ -Nukleonen-Eigenzustände in den beiden Anteilen von $R^{(3)}(e)$ nach (A.7) gegenseitig aufheben; daher liefert eine Partialbruchzerlegung dieser Funktion mit dem Ansatz für M^R

$$M_{11'}^R(e) = \int_{\nu} \frac{m_1^{\nu} m_{1'}^{\nu*}}{e - \epsilon_{\nu}} \quad , \quad (C.9)$$

der in der inversen Zweipunktfunktion von (A.7) zu verwenden ist, ihre Poldarstellung

$$R_{4'23,2'3'4}(e) = \int_{\nu} \frac{S_{234}^{\nu} S_{2'3'4'}^{\nu*}}{e - \epsilon_{\nu}} \quad , \quad (C.10a)$$

$$S_{234}^{\nu} = \langle 0 | (\psi_2 \psi_3 \psi_4^+ \frac{1}{\epsilon_{\nu} - \hat{H}} \psi_{\alpha}^+ + \psi_{\alpha}^+ \frac{1}{\epsilon_{\nu} + \hat{H}} \psi_2 \psi_3 \psi_4^+) | 0 \rangle m_{\alpha}^{\nu} \quad (\hat{H} = H - E_0). \quad (C.10b)$$

Auf Grund der aus der Dyson-Gleichung folgenden Beziehung

$$G_{1\alpha}(\epsilon_{\nu}) m_{\nu}^{\alpha} = 0 \quad (C.11)$$

ist die Amplitude (C.10b) antisymmetrisch bei simultaner Vertauschung der drei Feldoperatoren in beiden Termen. Daraus

folgt die Unabhängigkeit des Ausdrucks (C.10a) von der Reihenfolge der Limites, die ihn gemäß (A.17) aus der allgemeineren Sechspunktfunktion erzeugen.

Die inhomogene Gleichung (B.4) impliziert eine einfachere homogene Gleichung, die die Pole der Funktion $R^{(3)}(e)$ und des Massenoperators bestimmt. Nach Herausprojektion eines Pols durch Anwendung des Operators

$$\lim_{e \rightarrow \varepsilon_\nu} (e - \varepsilon_\nu) \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int d\varepsilon_2, d\varepsilon_3, d\varepsilon_4, \quad (C.12)$$

$$\cdot e^{i(O_2, \varepsilon_2' + O_3, \varepsilon_3' - O_4, \varepsilon_4')} \delta(\varepsilon_2' + \varepsilon_3' - \varepsilon_4' - e)$$

auf die Fourier-transformierte Gleichung (B.4) unter Benutzung von (A.7) und (C.9), wobei die infinitesimalen Größen o_i paarweise verschieden sind, erhält man

$$\{ \mathcal{P}_{234}^\nu(\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4) - G_{2\beta}(\varepsilon_2) G_{3\gamma}(\varepsilon_3) K_{\beta\gamma, \beta'\gamma'}^{pp}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega} \mathcal{P}_{\beta'\gamma', 4}^\nu(\varepsilon_2 - \omega, \varepsilon_3 + \omega, \varepsilon_4) + G_{2\beta}(\varepsilon_2) G_{4\delta}(\varepsilon_4) K_{\delta'\beta, \beta'\delta}^{ph}(\varepsilon_2 - \varepsilon_4) \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega} \mathcal{P}_{\beta'\delta, 3}^\nu(\varepsilon_2 + \omega, \varepsilon_3, \varepsilon_4 + \omega) - (2, \varepsilon_2 \leftrightarrow 3, \varepsilon_3) \quad (C.13)$$

$$+ G_{2\beta}(\varepsilon_2) G_{3\gamma}(\varepsilon_3) G_{4\delta}(\varepsilon_4) K_{\delta'\beta\delta, \beta'\gamma'\delta}^{pph}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \mathcal{P}_{\beta'\gamma', \delta}^\nu \} \delta(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 - \varepsilon_\nu) = 0.$$

Die Wechselwirkungen dieser Gleichung sind durch (3.1) definiert, und die energieabhängige Amplitude drückt sich in Verallgemeinerung von (C.10b) durch die Vierpunktfunktion aus als

$$-2\pi i \delta(\epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4 - \epsilon_\nu) \rho_{234}^\nu(\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4) = G_{23,4\alpha}(\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_\nu) m_\alpha^\nu \quad (C.14)$$

Die Zweipunktfunktionen werden durch eine (A.19) entsprechende diskrete Summe dargestellt.

Ein expliziter Ausdruck für die Fourier-Transformierte (C.7) einer beliebigen $2n$ -Punkt-Green-Funktion (2.16) wurde von Kobe¹¹⁹⁾ angegeben

$$G_{1..n,1'..n'}(\epsilon_1 \dots \epsilon_{n'}) = 2\pi i^{n-1} \delta(\epsilon_1 + \dots + \epsilon_n - \epsilon_{1'} - \dots - \epsilon_{n'})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{P(1..nn'..1')} \text{sgn } P \sum_{s_1, \dots, s_{2n-1}} \langle 0 | \alpha_{p_1} | s_1 \rangle \frac{1}{\lambda_{p_1} - \omega_{s_1} + i0} \langle s_1 | \alpha_{p_2} | s_2 \rangle \frac{1}{\lambda_{p_1} + \lambda_{p_2} - \omega_{s_2} + i0} \\ & \dots \frac{1}{\lambda_{p_1} + \lambda_{p_2} + \dots + \lambda_{p_{2n-1}} - \omega_{s_{2n-1}} + i0} \langle s_{2n-1} | \alpha_{p_1} | 0 \rangle \quad , \end{aligned} \quad (C.15)$$

$$\alpha_i = \begin{cases} \psi_i, & i = 1..n \\ \psi_i^\dagger, & i = 1'..n' \end{cases}, \quad \lambda_i = \begin{cases} \epsilon_i, & i = 1..n \\ -\epsilon_i, & i = 1'..n' \end{cases}, \quad \omega_{s_i} = E_{s_i} - E_0.$$

Zur weiteren Umformung von Gleichung (C.13) wird eine solche Spektralzerlegung für die Vierpunktfunktion (C.14) eingesetzt und dann konsequent der Residuenkalkül für die in dieser Gleichung vorkommenden sowie auf sie zusätzlich angewandten Integrationen benutzt. Terme, die von eventuellen Polen der effektiven Wechselwirkungen herrühren könnten, lassen wir unberücksichtigt. Das entspricht der generellen Annahme dieser Arbeit, daß es sich dabei um Größen mit glatter Energieabhängigkeit handelt.

Zunächst lassen sich eine Reihe von Beziehungen ableiten, die Gleichung (C.11) ergänzen. Durch Anwendung von

$$\lim_{\epsilon_{24} \rightarrow \omega_{SA}} (\epsilon_{24} - \omega_{SA}) \int_{-\infty}^{\infty} \int d\epsilon_2 d\epsilon_4 e^{-i(\omega_2 \epsilon_2 - \omega_4 \epsilon_4)} \delta(\epsilon_2 - \epsilon_4 - \epsilon_{24}) \quad (C.16)$$

auf (C.13), wobei ω_{SA} die Energie eines angeregten Zustands $|s\rangle$ des A-Nukleonensystems relativ zur Grundzustandsenergie ist, erhält man

$$\langle s_A | \left(\psi_3 \frac{1}{E_V - \hat{H}} \psi_\alpha^\dagger + \psi_\alpha^\dagger \frac{1}{E_V - \omega_{SA} + \hat{H}} \psi_3 \right) | 0 \rangle m_\alpha^\nu = 0 \quad (C.17)$$

Durch ähnliche Operationen ergeben sich drei analoge Ausdrücke, in denen gegenüber (C.17) die Zustände $|s\rangle$ und $|0\rangle$ vertauscht sind oder die Zustände der $A \pm 2$ -Kerne erscheinen. Dabei wird das Argument benutzt, das die in der Lösung (C.14) von (C.13) vorkommende Vierpunktfunktion nicht simultan den Gleichungen (C.1) und (C.2) mit denselben zweizeitigen Näherungen für K^{ph} bzw. K^{pp} genügen kann. Anderenfalls verschwände in (C.13) die Summe des ersten Terms mit jedem der folgenden drei Terme und daher die der restlichen drei Terme selbst.

Unter Eliminierung einer Reihe von Termen gemäß den (C.17) analogen Beziehungen enthält man dann durch Anwendung der folgenden Projektionen auf Gleichung (C.13)

$$\lim_{\epsilon_4 \rightarrow e_{t_{A \pm 1}}} (\epsilon_4 - e_{t_{A \pm 1}}) \int_{-\infty}^{\infty} \int d\epsilon_2 d\epsilon_3 e^{-i(\omega_2 \epsilon_2 + \omega_3 \epsilon_3)} ,$$

$$\lim_{\epsilon_3 \rightarrow e_{t_{A \pm 1}}} (\epsilon_3 - e_{t_{A \pm 1}}) \int_{-\infty}^{\infty} \int d\epsilon_2 d\epsilon_4 e^{-i(\omega_2 \epsilon_2 - \omega_4 \epsilon_4)} , \quad (C.18a-c)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \iint d\epsilon_2 d\epsilon_3 d\epsilon_4 e^{-i(\omega_2 \epsilon_2 + \omega_3 \epsilon_3 - \omega_4 \epsilon_4)}$$

die Gleichungen

$$\sigma_{23, s_4^{A \pm 1}}^\nu = \left(\sum_{t_2^{A+1}, t_3^{A+1}} - \sum_{t_2^{A-1}, t_3^{A-1}} \right) a_2^{t_2} a_3^{t_3} r_{t_2 t_3 s_4}^\nu$$

$$\tau_{24, s_3^{A \pm 1}}^\nu = \left(\sum_{t_2^{A+1}, t_4^{A-1}} - \sum_{t_2^{A-1}, t_4^{A+1}} \right) a_2^{t_2} a_4^{t_4^*} r_{t_2 s_3 t_4}^\nu \quad (\text{C.19a-c})$$

$$\rho_{234}^\nu = \left(\sum_{t_2^{A+1}, t_3^{A+1}, t_4^{A-1}} + \sum_{t_2^{A-1}, t_3^{A-1}, t_4^{A+1}} \right) a_2^{t_2} a_3^{t_3} a_4^{t_4^*} r_{t_2 t_3 t_4}^\nu$$

Dabei sind zusätzlich zu (C.10b) Amplituden definiert durch

$$\sigma_{23, s_{A+1}}^\nu = \langle 0 | \left(\psi_2 \psi_3 \frac{1}{E_\nu + e_{s_{A+1}} - \hat{H}} \psi_\alpha^\dagger - \psi_\alpha^\dagger \frac{1}{E_\nu + \hat{H}} \psi_2 \psi_3 \right) | s_{A+1} \rangle m_\alpha^\nu,$$

$$\sigma_{23, s_{A-1}}^\nu = \langle s_{A-1} | \left(\psi_2 \psi_3 \frac{1}{E_\nu - \hat{H}} \psi_\alpha^\dagger - \psi_\alpha^\dagger \frac{1}{E_\nu + e_{s_{A-1}} + \hat{H}} \psi_2 \psi_3 \right) | 0 \rangle m_\alpha^\nu,$$

$$\tau_{24, s_{A-1}}^\nu = \langle 0 | \left(\psi_4^\dagger \psi_2 \frac{1}{E_\nu - e_{s_{A-1}} - \hat{H}} \psi_\alpha^\dagger - \psi_\alpha^\dagger \frac{1}{E_\nu + \hat{H}} \psi_4^\dagger \psi_2 \right) | s_{A-1} \rangle m_\alpha^\nu,$$

$$\tau_{24, s_{A+1}}^\nu = \langle s_{A+1} | \left(\psi_4^\dagger \psi_2 \frac{1}{E_\nu - \hat{H}} \psi_\alpha^\dagger - \psi_\alpha^\dagger \frac{1}{E_\nu - e_{s_{A+1}} + \hat{H}} \psi_4^\dagger \psi_2 \right) | 0 \rangle m_\alpha^\nu,$$

(C.20a-d)

und die Größe r^ν auf der rechten Seite von (C.19) steht zunächst als Abkürzung für eine Summe, in der wieder die ρ , σ - und τ -Amplituden vorkommen

$$r_{s_2 s_3 s_4}^\nu = - r_{s_3 s_2 s_4}^\nu = \frac{1}{E_\nu - e_{s_2} - e_{s_3} + e_{s_4}}$$

(C.21)

$$\begin{aligned} & \cdot \{ \alpha_\beta^{s_2^*} \alpha_\delta^{s_3^*} K_{\beta\delta, \beta'\delta'}^{PP} (E_\nu + e_{s_4}) \sigma_{\beta'\delta', s_4}^\nu + \alpha_\beta^{s_2^*} \alpha_\delta^{s_4} K_{\delta'\beta, \beta'\delta}^{Ph} (E_\nu - e_{s_3}) \tau_{\beta'\delta', s_3}^\nu \\ & - \alpha_\delta^{s_2^*} \alpha_\beta^{s_4} K_{\delta'\delta, \beta'\delta}^{Ph} (E_\nu - e_{s_2}) \tau_{\delta'\delta', s_2}^\nu + \alpha_\beta^{s_2^*} \alpha_\delta^{s_3^*} \alpha_\delta^{s_4} K_{\delta'\beta\delta, \beta'\delta'\delta}^{PPPh} (E_\nu) \rho_{\beta'\delta', s'}^\nu \}. \end{aligned}$$

Wenn umgekehrt diese Amplituden, die ihrerseits linear in ν^ν sind, in (C.21) eingesetzt werden, erhält man ein Eigenwertproblem für die Pole des Massenoperators $\tilde{C}_\nu$ und für die Größen ν^ν als Eigenvektoren

$$\sum_{t_2, t_3, t_4} \{ (\epsilon_\nu - e_{s_2} - e_{s_3} + e_{s_4}) \delta_{s_2 t_2} \delta_{s_3 t_3} \delta_{s_4 t_4} - K_{s_2 s_3 s_4; t_2 t_3 t_4}(\epsilon_\nu) \} \nu_{t_2 t_3 t_4}^\nu = 0. \quad (C.22)$$

Die Wechselwirkung ist definiert durch

$$\begin{aligned} K_{s_2 s_3 s_4; t_2 t_3 t_4}(\epsilon) &= \alpha_{\beta}^{s_2*} \alpha_{\gamma}^{s_3*} K_{\beta\gamma, \beta'\gamma'}^{PP} (\epsilon + e_{s_4}) \alpha_{\beta'}^{t_2} \alpha_{\gamma'}^{t_3} (n_{t_2}^{(+)} n_{t_3}^{(+)} - n_{t_2}^{(-)} n_{t_3}^{(-)}) \delta_{s_4 t_4} \\ &+ \alpha_{\beta}^{s_2*} \alpha_{\delta}^{s_4} K_{\delta\beta, \beta'\delta}^{Ph} (\epsilon - e_{s_3}) \alpha_{\beta'}^{t_2} \alpha_{\delta'}^{t_4*} (n_{t_2}^{(+)} n_{t_4}^{(-)} - n_{t_2}^{(-)} n_{t_4}^{(+)}) \delta_{s_3 t_3} \\ &+ \{ s_2, t_2 \leftrightarrow s_3, t_3 \} \end{aligned} \quad (C.23)$$

$$+ \alpha_{\beta}^{s_2*} \alpha_{\gamma}^{s_3*} \alpha_{\delta}^{s_4} K_{\delta\beta\gamma, \beta'\gamma'\delta}^{PPh} (\epsilon) \alpha_{\beta'}^{t_2} \alpha_{\gamma'}^{t_3} \alpha_{\delta'}^{t_4*} (n_{t_2}^{(+)} n_{t_3}^{(+)} n_{t_4}^{(-)} + n_{t_2}^{(-)} n_{t_3}^{(-)} n_{t_4}^{(+)}).$$

und

$$n_{t_{A+1}}^{(\pm)} = n_{t_{A-1}}^{(\mp)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (C.24)$$

Die Indizes s_2, s_3, s_4 stehen für alle berücksichtigten Eigenzustände des A+1- und des A-1-Nukleonen-Systems; in den Summationen über t_i wird zum Teil jeweils eine dieser beiden Gruppen von Zuständen durch die verallgemeinerten Besetzungszahlen (C.24) unterdrückt. Das Vorkommen von zwei verschiedenen Kombinationen der Besetzungszahlen in jedem Term von (C.23) und insbesondere die Kopplung des 2p-1h- mit dem 2h-1p-Problem bedingen die Berücksichtigung von Korrelationen im A-Nukleonen-Grundzustand $|0\rangle$.

Zur Normierung der Lösungen des Eigenwertproblems (C.22) wird eine dieser Gleichung analoge inhomogene Gleichung benötigt. Durch kombinierte Anwendung der Operationen (C.18) und (C.12), wobei die Polprojektion von (C.12) wegfällt, sowie Partialbruchzerlegungen ähnlich den zu (C.10a) führenden erhält man eine Gleichung, die verschiedene Funktionen linear verknüpft

$$\begin{aligned}
 & (e - e_{s_2} - e_{s_3} + e_{s_4}) \left(\mu_{s_2 s_3 s_4; 2'3'4'}^{pph}(e) + \mu_{s_2 s_3 s_4; 2'3'4'}^{pp}(e) + \mu_{s_2 s_3 s_4; 2'3'4'}^{ph}(e) - \{s_2 \leftrightarrow s_3\} \right) \\
 & - \int_{t_2, t_3, t_4} \left(K_{s_2 s_3 s_4; t_2 t_3 t_4}(e) \mu_{t_2 t_3 t_4; 2'3'4'}^{pph}(e) - K_{s_2 s_3; t_2 t_3}(e + e_{s_4}) \delta_{s_4 t_4} \mu_{t_2 t_3 t_4; 2'3'4'}^{pp}(e) \right. \\
 & \quad \left. - K_{s_2 s_4; t_2 t_4}^{ph}(e - e_{s_3}) \delta_{s_3 t_3} \mu_{t_2 t_3 t_4; 2'3'4'}^{ph}(e) + \{s_2 \leftrightarrow s_3\} \right) \\
 & = (a_{2'}^{s_2*} a_{3'}^{s_3*} - a_{3'}^{s_2*} a_{2'}^{s_3*}) a_{4'}^{s_4} .
 \end{aligned} \tag{C.25}$$

Außer einem Anteil der Lösung mit den durch die homogene Gleichung (C.22) bestimmten Polen des Massenoperators und den entsprechenden Amplituden

$$\mu_{t_2 t_3 t_4; 2'3'4'}^{pph}(e) = \int_{\nu} \frac{\mu_{t_2 t_3 t_4}^{\nu} \delta_{2'3'4'}^{\nu*}}{e - \epsilon_{\nu}} \tag{C.26}$$

kommen auch Terme mit den Energieeigenwerten der Unterprobleme (C.1) und (C.2) für die Kerne der Nukleonenzahl $A \pm 2$ und A vor. So hat r^{pp} Pole bei $e = E_{s_{A+2}} - E_{t_{A+1}}$ und $e = -E_{s_{A-2}} + E_{t_{A-1}}$ und r^{ph} bei $e = E_{s_A} - E_{t_{A-1}}$ und $e = -E_{s_A} + E_{t_{A+1}}$, wobei unter den A -Nukleonen-Zuständen der Grundzustand ausgenommen ist.

Die Energien der $A \pm 2$ - und A -Nukleonen-Systeme werden durch die Wechselwirkungen K^{pp} und K^{ph} bestimmt, die in (C.25) die entsprechenden Terme der Summe (C.23) bedeuten. Der Grund für ihr Erscheinen in der inhomogenen Gleichung ist, daß hinter den

Vierpunkt-Vertices in (B.4) und (B.5) auch solche Zeitordnungen der Sechspunktfunktion möglich sind, die eins ihrer beiden 2p-1h-Tripel von Feldoperatoren auftrennen, zum Beispiel $t_{\beta'} = t_{\gamma'} < t_{2'} = t_{3'} = t_{4'} < t_{\delta'}$. Ihnen entsprechen unphysikalische Lösungen, die das Eigenwertproblem (C.22) zusätzlich zu den Polen des Massenoperators liefert. Physikalisch sind nur solche Lösungen, denen auch Eigenwerte der "Tamm-Dancoff"-Näherung dieser verallgemeinerten RPA-Gleichungen entsprechen, also solche der jeweils auf die 2p-1h- und die 2h-1p-artigen Kombinationen der Matrixindices beschränkten Teilprobleme.

Eine einfache Normierungsbedingung für die physikalischen Lösungen von (C.22) ist aus (C.25) nur unter Vernachlässigung der Kopplung an die Zusatzterme in der inhomogenen Gleichung ableitbar. Nach Taylor-Entwicklung um einen Pol ϵ_ν und Benutzung von (C.22) und (C.19c) erhält man

$$\frac{1}{2} \sum_{s_2, s_3, s_4} \sum_{t_2, t_3, t_4} \rho_{s_2 s_3 s_4}^{\nu*} (n_{s_2}^{(+)} n_{s_3}^{(+)} n_{s_4}^{(-)} + n_{s_2}^{(-)} n_{s_3}^{(-)} n_{s_4}^{(+)}) \cdot \left(\delta_{s_2 t_2} \delta_{s_3 t_3} \delta_{s_4 t_4} - \frac{d}{d\epsilon} K_{s_2 s_3 s_4; t_2 t_3 t_4}(\epsilon_\nu) \right) \rho_{t_2 t_3 t_4}^\nu \approx 1. \quad (C.27)$$

Die Quasiteilchen-(Ein-Pol-)Näherung

Die durch die bisherigen Umformungen erhaltenen Gleichungen sind Matrixprobleme, die ohne weitere Näherungen nicht mehr in einer Basis von Einteilchen-Wellenfunktionen formulierbar sind, sondern Gebrauch von einer verallgemeinerten Darstellung durch Eigenzustände der A₁l-Kerne machen. Ein hermitesches Eigenwertproblem mit Einteilchen-Wellenfunktionen in den Matrixelementen erhält man, wenn für jede Quantenzahl α die Einteilchenstärke (A.20) eines A₁l-Nukleonen-Eigenzustands $|t(\alpha)\rangle$ so dominiert, daß die übrigen vernachlässigt werden können, wie es in der Nähe der magischen Kerne bei Einteilchenzuständen nahe der Fermikante der Fall ist.

Mit

$$|\alpha_\alpha^t|^2 = \delta_{t,t(\alpha)} Z_\alpha \quad (\text{C.28})$$

der Migdalschen Quasiteilchen-Näherung, die den Zustand $|t(\alpha)\rangle$ in Verallgemeinerung des Schalenmodells als "angezogenes" Quasiteilchen oder Quasiloach beschreibt - was im folgenden durch $n_\alpha = 0$ und $n_\alpha = 1$ unterschieden wird -, erhält man unmittelbar aus (C.19c) unter Benutzung von (C.11) eine Gleichung für $\mathcal{G}_\nu$

$$\mathcal{G}_{234}^\nu = G_{\delta 23, \beta \gamma 4}^0(E_\nu) K_{\delta' \beta \gamma, \beta' \gamma' \delta'}(E_\nu) \mathcal{G}_{\beta' \gamma' \delta'}^\nu \quad (\text{C.29})$$

mit

$$G_{4'23, 2'3'4}^0(e) = \quad (\text{C.30})$$

$$\delta_{22'} \delta_{33'} \delta_{44'} \left\{ \frac{(1-n_2)(1-n_3)n_4}{e-e_2-e_3+e_4+i0} + \frac{n_2 n_3 (1-n_4)}{e-e_2-e_3+e_4-i0} \right\} z_2 z_3 z_4$$

und

$$K_{4'23, 2'3'4}(e) = \{ (1-n_2)(1-n_3)n_4(1-n_{2'}) (1-n_{3'})n_{4'} - n_2 n_3 (1-n_4) n_{2'} n_{3'} (1-n_{4'}) \}$$

$$\cdot \left\{ K_{23, 2'3'}^{PP} (e+e_4) \frac{\delta_{44'}}{Z_4} + K_{4'2, 2'4}^{Ph} (e-e_3) \frac{\delta_{33'}}{Z_3} + K_{4'3, 3'4}^{Ph} (e-e_2) \frac{\delta_{22'}}{Z_2} \right\}$$

$$+ K_{4'23, 2'3'4}^{Ph}(e) . \quad (\text{C.31})$$

Die Rechnung, die zu (C.29) führt - einer Eigenwertgleichung nach Inversion von (C.30) und Umschreibung der spektroskopischen Faktoren-, kann mit größerem Schreibaufwand für die inhomogene Gleichung (B.4) wiederholt werden, und ergibt dann

$$R_{4'23,2'3'4}(e) = G_{4'23,2'3'4}^{\circ}(e) - \{2' \leftrightarrow 3'\} \quad (C.32)$$

$$+ G_{s23,\beta\gamma 4}^{\circ}(e) K_{s'\beta\gamma,\beta'\gamma's}(e) R_{4'\beta'\gamma',2'3's}(e) \quad .$$

Da die unkorrelierte 2p-1h-Green-Funktion $G^{\circ}(e)$ aus dem inhomogenen Term von (B.4) durch dieselbe Operation der Gleichsetzung von Zeiten und Fourier-Transformation hervorgeht wie die korrelierte Funktion $R^{(3)}(e)$ aus ihrem allgemeineren Analogon gemäß (A.17), kann man Gleichung (C.32) direkt aus (B.4) erhalten, wenn man eine Wechselwirkung mit gleichen Zeitvariablen innerhalb jedes 2p-1h-Indextripels benutzt, deren Fourier-Transformierte der Ausdruck (C.32) ist.

Die reduzierte 2p-1h-Gleichung läßt sich ebenso durch Ankopplung der Dyson-Gleichung verallgemeinern, wie es für die allgemeine Gleichung (B.4) in Anhang B mit dem System (2.33a) als Ergebnis möglich war. Man erhält also für dieses System die "effektive zweizeitige Näherung" der totalen effektiven Wechselwirkung K , die nach der in Kapitel 3 abgehandelten Renormierung durch die spektroskopischen z -Faktoren durch Gleichung (3.8) gegeben ist.

Eine alternative Anwendung der Quasiteilchen-Näherung ist die Benutzung von (C.28) in Gleichung (C.22) statt in (C.19c). Man erhält dann ein Eigenwertproblem mit einer unsymmetrischen Matrix, das zusätzliche Grundzustandskorrelationen berücksichtigt und in erster Ordnung in V auf einem direkten Wege erhältlich ist⁸⁷⁾. Diese Approximation führt jedoch zu keiner direkten Gleichung für die im Massenoperator vorkommende Funktion $R^{(3)}(e)$ und führt über die in dieser Arbeit allgemein benutzte Zwei-Zeiten-Näherung der 2p-1h-Wechselwirkung hinaus, die wie bei den Bethe-Salpeter-Gleichungen für die Vierpunktfunktion nur durch Integration über alle charakteristischen Energievariablen, also aus Gleichung (C.19c), folgt.

Ähnlich wie Gleichung (B.4) läßt sich mit der in diesem Abschnitt beschriebenen Methode auch die Bethe-Salpeter-Gleichung (B.6) für das 3p-Problem reduzieren, wenn zeitige effektive 2p- und 3p- Wechselwirkungen verwendet werden. Da eine vollständige Diskussion dieses Problems von geringerem Interesse ist, geben wir nur eine (C.32) entsprechende und im Hauptteil dieser Arbeit angewandte Quasiteilchen-Näherung an, wobei wir uns unter Vernachlässigung der Ankopplung des 3h-Problems auf die Tamm-Dancoff-Form beschränken:

$$G_{123,1'2'3'}(e) = \int_{P(1'2'3')} \text{sgn } P \hat{G}_{123,\beta_1\beta_2\beta_3}^{\circ}(e) + \hat{G}_{123,\alpha\beta\gamma}^{\circ}(e) \hat{K}_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}(e) G_{\alpha'\beta'\gamma',1'2'3'}(e) , \quad (C.33)$$

$$\hat{G}_{123,1'2'3'}^{\circ}(e) = \delta_{11'} \delta_{22'} \delta_{33'} \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_3)}{e-e_1-e_2-e_3+i0} Z_1 Z_2 Z_3 , \quad (C.34)$$

$$G_{123,1'2'3'}(e) = \iint_{S_{A+3}} \frac{\langle 0 | \psi_1 \psi_2 \psi_3 | S_{A+3} \rangle \langle S_{A+3} | \psi_3^{\dagger} \psi_2^{\dagger} \psi_1^{\dagger} | 0 \rangle}{e - \omega_{S_{A+3}} + i0} , \quad (C.35)$$

$$\hat{K}_{123,1'2'3'}(e) = \quad (C.36)$$

$$K_{12,1'2'}^{PP}(e-e_3) \frac{\delta_{33'}}{Z_3} + K_{13,1'3'}^{PP}(e-e_2) \frac{\delta_{22'}}{Z_2} + K_{23,2'3'}^{PP}(e-e_1) \frac{\delta_{11'}}{Z_1} + K_{123,1'2'3'}^{PPP}(e) .$$

Die Wechselwirkungen $\hat{K}(e)$ und $K^{PPP}(e)$ erhält man mit Fourier-Transformation (3.2) aus den entsprechenden in (B.7) vorkommenden Größen, wenn diese eine zu (3.1) analoge einfache Form haben, wobei jetzt jedoch die Zeitvariablen der drei Indices rechts und links des Kommas jeweils gleich sein müssen.

Anhang D: Die Renormierung der freien Wechselwirkung

Die in Anhang B angegebenen Bethe-Salpeter-Gleichungen sowie ihre gemäß Teil C reduzierten Versionen stellen Verknüpfungen unendlich-dimensionaler Matrizen dar; diese werden bei praktischen Rechnungen abgeschnitten. In den dadurch definierten beschränkten Modellräumen sind dann renormierte Wechselwirkungen¹²⁰⁾ zu benutzen, die im Gegensatz zu den ursprünglichen Größen Partialsummationen über die abgeschnittenen Zustände enthalten.

Das die neuen Gleichungen und Wechselwirkungen definierende Renormierungsverfahren ist von Migdal³⁵⁾ für den Fall der Vierpunktfunktionen beschrieben worden und leicht für die Gleichungen der höheren Greenfunktionen zu verallgemeinern. Für die durch die irreduziblen Vertizes K gegebenen effektiven Wechselwirkungen führt es nur zu formalen Neudefinitionen von zu parametrisierenden Größen; hingegen läßt sich dadurch die in den Gleichungen für das $1p/2p-1h$ -Problem vorkommende freie Wechselwirkung V , die auf Grund des "hard-core" singulär ist, durch eine endliche Größe ersetzen.

Die Renormierung der freien Wechselwirkung wird im folgenden unter gewissen Näherungsannahmen explizit durchgeführt. Ihre Notwendigkeit ist ein wichtiger Grund dafür, daß auch eine Streutheorie wie die vorliegende ab Kapitel 3 mit renormierten Größen formuliert werden muß, obwohl ein zentraler Teil von dieser, die Abspaltung der mit dem Kontinuum verknüpften Teilräume, bezüglich des Teilraums der diskreten Zustände als "Modellraum" sich selbst schon als Renormierung^{25,26)} interpretieren läßt. Die vor jeder weiteren Anwendung einzuführende grundsätzliche Beschränkung der Bethe-Salpeter-Gleichungen auf einen Modellraum, der außer diskreten Zuständen nur den von der Theorie zu beschreibenden niederenergetischen Teil der Kontinua umfaßt, hat dann ein Abschneiden der uneigentlichen Integrale in den Gleichungen der gekoppelten Kanäle von Kapitel 4.3 zur Folge.

Die Renormierung der Gleichungen des Einteilchen- und des 2p-1h-Problems wird zweckmäßig in zwei Stufen durchgeführt und mit der Renormierung der Integralgleichung (B.4) für die reine 2p-1h-Green-Funktion $R^{(3)}$ nach Migdal begonnen. In einem weiteren Schritt werden in dem durch (A.9)-(A.11) gegebenen Massenoperator, der $R^{(3)}$ mit der freien Wechselwirkung verknüpft, durch Übergang zu einer renormierten Wechselwirkung die 2p-1h-Summationsindizes zwischen diesen Größen auf den benutzten Modellraum beschränkt. Wir machen dazu die Näherungsannahme, daß die Schalenmodellzustände des Modellraums aus Konfigurationen von Einteilchenzuständen mit Einteilchenenergien unterhalb eines gewissen Schwellenwerts bestehen - in praxi wird oft nur ein beidseitig beschnittener Bereich um die Fermikante benutzt -, und daß in Zwei-Teilchen-Zuständen außerhalb des Modellraums die beiden Teilchen frei sind bis auf gegenseitige Beeinflussung durch die freie Wechselwirkung V .

Die Operatoren P und Q mit $P + Q = 1$ mögen auf Zustände innerhalb und außerhalb des Modellraums projizieren. Die Wechselwirkungen der beiden Teilchen außerhalb des Modellraums lassen sich ähnlich wie in Gleichung (B.3) in allen Ordnungen zu einer Vierpunktfunktion G^{Br} aufsummieren, die identisch mit der in der Bruecknerschen Näherung¹²¹⁾ erhaltenen ist, wenn man dort den Begriff Fermikante durch die Grenzenergie des Modellraums ersetzt

$$G_{12,1'2'}^{Br} = (QG^{\circ}G^{\circ}Q)_{12,1'2'} - \{1' \leftrightarrow 2'\} \\ + i(QG^{\circ}G^{\circ}Q)_{12,\alpha\beta} V_{\alpha\beta,\gamma\delta} G_{\gamma\delta,1'2'}^{Br} \quad (D.1)$$

Mit Hilfe dieser Greenfunktion lassen sich die Matricelemente von $R^{(3)}$ mit Zuständen außerhalb des Modellraums durch solche ausdrücken, in denen ausschließlich Modellraum-Zustände vorkommen

$$(PRQ)_{3'12,1'2'3} = \frac{1}{2} (PRP)_{3'12,\gamma'\delta'3} V_{\gamma'\delta',\alpha'\beta} G_{\alpha'\beta,1'2'}^{Br} ,$$

$$(QRP)_{3'12,1'2'3} = \frac{1}{2} G_{12,\alpha\beta}^{\overline{Br}} V_{\alpha\beta,\gamma\delta} (PRP)_{3'\gamma\delta,1'2'3} \quad , \quad (D.2)$$

$$(QRQ)_{3'12,1'2'3} = G_{12,1'2'}^{\overline{Br}} G_{j3} + \frac{1}{4} G_{12,\alpha\beta}^{\overline{Br}} V_{\alpha\beta,\gamma\delta} (PRP)_{3'\gamma\delta,\delta'\delta'\beta} V_{\delta'\delta',\alpha'\beta'} G_{\alpha'\beta',1'2'}^{\overline{Br}} \quad .$$

Wenn man in der Formel für den Massenoperator zu beiden Seiten der Funktion $R^{(3)}$ den Operator $P + Q$ einschreibt und (D.2) benutzt, läßt sich (A.9) umschreiben zu

$$M_{11'} = -2i T_{1\alpha,1'\beta}^{\overline{Br}} G_{\beta\alpha'} + T_{1\beta,\gamma\delta}^{\overline{Br}} (PRP)_{\beta'\gamma\delta,\delta'\delta'\beta} T_{\delta'\delta',1'\beta'}^{\overline{Br}} \quad ; \quad (D.3)$$

die Wechselwirkung $T^{\overline{Br}}$ ist der reduzible Vertex der Vierpunktfunktion in Bruecknerschen Näherung, der in der Literatur oft G-Matrix genannt wird

$$T_{12,1'2'}^{\overline{Br}} = V_{12,1'2'} + \frac{i}{2} V_{12,\alpha\beta} G_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}^{\overline{Br}} V_{\alpha'\beta',1'2'} \quad . \quad (D.4)$$

Diese Größe genügt nach (D.1) der bekannten Gleichung

$$T_{12,1'2'}^{\overline{Br}} = V_{12,1'2'} + i V_{12,\alpha\beta} (QG^{\circ}G^{\circ}Q)_{\alpha\beta,\gamma\delta} T_{\gamma\delta,1'2'}^{\overline{Br}} \quad , \quad (D.5)$$

die eine wohldefinierte endliche Lösung besitzt.

Nach der Methode von Absatz B läßt sich die Dyson-Gleichung mit Formel (D.3) für den Massenoperator anstelle von (A.9)-(A.11) für das gekoppelte Gleichungssystem (B.12) verwenden. In diesem System ist dann die freie Wechselwirkung durch den Bruecknerschen Vertex zu ersetzen, wenn die Summationen der beiden teilchenartigen Indices innerhalb der Indextripel auf den Modellraum beschränkt bleiben. Die Summationen über den dritten Index der Tripel und die einfachen Indices sind ge-

gegebenenfalls zusätzlich abzuschneiden. Bemerkenswert ist, daß der Bruecknersche Vertex nicht nur die Einteilchenbewegung an das 2p-1h-Problem koppelt, sondern auch nach Faltung mit der Dichtematrix das Einteilchenpotential (Brueckner-Hartree-Fock-Potential) definiert.

Literatur:

- 1) N. Bohr, Nature 137 (1936) 344
- 2) G. Breit und E.P. Wigner, Phys. Rev. 49 (1936) 519
- 3) H. Feshbach, C.E. Porter und V.F. Weisskopf,
Phys. Rev. 96 (1954) 448
- 4) G.R. Satchler, Nucl. Phys. 55 (1964) 1 (a)
N. Austern, "Direct Nuclear Reaction Theories"
(Wiley-Interscience, New York, 1970) (b)
- 5) P.L. Kapur und R.E. Peierls, Proc. Roy. Soc. A166 (1938) 277
- 6) E.P. Wigner und L. Eisenbud, Phys. Rev. 72 (1947) 29
- 7) A.N. Lane und R.G. Thomas, Rev. Mod. Phys. 30 (1958) 257
- 8) P. Richard, C.F. Moore, D. Robson und J.D. Fox,
Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 343 a
- 9) M. Divadeenam, W.P. Beres und H.W. Newson, Ann. Phys. 69
(1972) 428
F.T. Seibel, E.G. Bilpuch und H.W. Newson, Ann. Phys. 69
(1972) 451
- 10) A.K. Kerman, L.S. Rodberg und J.E. Young, Phys. Rev. Lett. 11
(1963) 422
- 11) B. Block und H. Feshbach, Ann. Phys. 23 (1963) 47
- 12) K. Izumo, Prog. Theor. Phys. (Kyoto) 26 (1961) 807
- 13) V.F. Weisskopf, Phys. Today 14 (1961) 18
- 14) H. Feshbach, Ann. Phys. 5 (1958) 357 (a);
Ann. Phys. 19 (1962) 287 (b);
Ann. Phys. 43 (1967) 410 (c).
- 15) R.H. Lemmer und C.M. Shakin, Ann. Phys. 27 (1964) 13
- 16) H. Feshbach, A.K. Kerman und R.H. Lemmer, Ann. Phys. 41
(1967) 230
- 17) H.A. Weidenmüller, Nucl. Phys. 75 (1966) 189
H.A. Weidenmüller und K. Dietrich, Nucl. Phys. 83 (1966) 332
- 18) W. Glöckle, J. Hüfner und H.A. Weidenmüller, Nucl. Phys. A90
(1967) 481
- 19) W. Ebenhöf, W. Glöckle, J. Hüfner und H.A. Weidenmüller,
Z. Phys. 202 (1967) 301
- 20) C. Mahaux und H.A. Weidenmüller, "Shell-Model Approach
to Nuclear Reactions", (North-Holland Publishing
Co., Amsterdam, 1969)
- 21) W. Brenig und R. Haag, Fortschritte der Physik 7 (1959) 183

- 22) W.M. MacDonald, Nucl. Phys. 54 (1964) 393;
Nucl. Phys. 56 (1964) 636
- 23) W.M. MacDonald und A. Mekjian, Phys. Rev. 160 (1967) 730
- 24) C. Bloch, "Many-Body-Description of Nuclear Structure
and Reactions", Hrsg. C. Bloch (Academic Press,
New York, 1966), S. 394
C. Bloch und V. Gillet, Phys. Lett. 16 (1965) 62
- 25) J. Hüfner und R.H. Lemmer, Phys. Rev. 175 (1968) 1394
- 26) W.J. Romo, Nucl. Phys. A116 (1968) 617
K.W. McVoy und W.J. Romo, Nucl. Phys. A126 (1969) 161
- 27) A.A. Abrikosov, L.P. Gor'kov und I.E. Dzyaloshinski,
"Methods of Quantum Field Theory in Statistical
Physics" (Pergamon press, Oxford, 1963)
- 28) P. Nozières, "Interacting Fermi Systems" (Benjamin,
New York, 1964)
- 29) P.C. Martin und J. Schwinger, Phys. Rev. 115 (1959) 1342
- 30) L. Landau, Sov. Phys. JETP 8 (1959) 70
- 31) A.B. Migdal, Sov. Phys. JETP 13 (1961) 478;
Sov. Phys. 16 (1962) 1366
- 32) A.B. Migdal, Nucl. Phys. 57 (1964) 29
- 33) A.I. Larkin und A.B. Migdal, Sov. Phys. JETP 17 (1963) 1146
- 34) A.I. Larkin und A.B. Migdal, Sov. Phys. JETP 18 (1964) 717
A.B. Migdal und A.I. Larkin, Nucl. Phys. 51 (1964) 561
- 35) A.B. Migdal, "Many-Body-Description of Nuclear Structure
and Reactions", Hrsg. C. Bloch (Academic Press,
New York, 1966), S. 171
- 36) A.B. Migdal, "Theory of Finite Fermi Systems" (Wiley-
Interscience, New York, 1967)
- 37) E.E. Salpeter und H.A. Bethe, Phys. Rev. 84 (1951) 1232
- 38) P.W. Anderson, Phys. Rev. 112 (1958) 1900
M. Baranger, Phys. Rev. 120 (1960) 957
D.J. Thouless, Nucl. Phys. 22 (1961) 78 (a)
- 39) J. Bardeen, L.N. Cooper und J.R. Schrieffer, Phys. Rev. 108
(1957) 1175
L.P. Gor'kov, Sov. Phys. JETP 7 (1958) 505
S.T. Belyaev, Kgl. Danske Videnkab. Selskab, Mat.-fys. Medd.
31 (1959) Nr. 11

- 40) A.M. Lane, "Nuclear Theorie" (Benjamin, New York und Amsterdam, 1964)
- 41) G. Baym und L.P. Kadanoff, Phys. Rev. 124 (1961) 287
G. Baym, Phys. Rev. 127 (1962) 1391
- 42) S. Engelsberg, Phys. Rev. 126 (1962) 1251
- 43) W. Brenig und H. Wagner, Z. Phys. 173 (1963) 484
- 44) E.E. Saperstein und M.A. Troitskii, Sov.J.Nucl.Phys. 1
(1965) 400
- 45) M.A. Mikulinskii, Sov.J.Nucl.Phys. 3 (1965) 175
- 46) V.N. Guman und B.L. Birbrair, Nucl. Phys. 70 (1965) 545
B.L. Birbrair, G.M. Bukat und V.N. Guman,
Sov.J.Nucl.Phys. 4 (1967) 337
- 47) S.T. Belyaev, J.Nucl.Phys. 1 (1965) 3
S.T. Belyaev und V.G. Zelevinskii, J.Nucl.Phys. 1 (1965) 13
- 48) B.B. Malov, Sov.J.Nucl.Phys. 14 (1972) 295
- 49) H. Lehmann, K. Symanzik und W. Zimmermann, N.Cimento 1
(1955) 205
- 50) F.J. Dyson, Phys. Rev. 75 (1949) 486;
Phys. Rev. 75 (1949) 1736
- 51) J.S. Bell und E.J. Squires, Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 96
J.S. Bell, "The Many-Body Problem", Hrsg. E.R. Caianello,
(Academic Press, New York, 1962), S.91
- 52) M. Naminiki, Progr. Theor. Phys. 23 (1960) 629
- 53) A.L. Fetter und K.M. Watson, "Advances in Theor.
Physics", Bd.1, Hrsg. K.A. Brueckner
(Academic Press, New York 1965), S. 115
- 54) M. Weigel, Habilitationsschrift (Univers. Frankfurt 1966),
Teil B
- 55) E. Werner, Z. Phys. 191 (1966) 381;
- 56) E. Werner, Z. Phys. 198 (1967) 242
- 57) W. Brenig, Z. Phys. 202 (1967) 340
- 58) F.A. Zhivopistsev, Sov.J.Nucl.Phys. 1 (1965) 429
- 59) G. Wegmann, Z. Phys. 226 (1969) 60
- 60) M. Weigel, Nucl. Phys. A137 (1969) 629;
- 61) M. Weigel, Phys. Rev. C1 (1970) 1647
- 62) K. Emrich, Nucl. Phys. A160 (1971) 1
- 63) C.B. Dover et al., Nucl. Phys. A166 (1971) 461

- 64) J.H. Vogeler, Dissertation (Universität München, 1972)
J.H. Vogeler und M. Weigel, in "Proceedings of the
International Conference on Nuclear Physics"
(N. Holland-Publ. Co., Amsterdam, 1973)
- 65) K. Dietrich und K. Hara, Nucl. Phys. A111 (1968) 392
- 66) R.H. Lemmer und M. Vénérioni, Phys. Rev. 170 (1968) 883
- 67) J.N. Ginocchio, T.H. Schucan und H.A. Weidenmüller,
Phys. Rev. C1 (1970) 55
- 68) S. Ethofer und P. Schuck, Z.Phys. 228 (1969) 264
- 69) T. Tamura, Rev.Mod.Phys. 37 (1965) 679
- 70) B. Buck und A.D. Hill, Nucl.Phys. A95 (1967) 271
- 71) C.B. Dover, R.H. Lemmer und F.J.W. Hahne,
Ann.Phys. 70 (1972) 458
- 72) G. Ripka und R. Padjen, Nucl.Phys. A132 (1969) 489
W.J. Mulhall, R.J. Liotta, J.A. Evans und R.P.J. Perazzo,
Nucl.Phys. A93 (1967) 261
- 73) F. Villars, "Fundamentals in Nuclear Theory",
Hrsg. A. De Shalit und C. Villy (Int. Atomic
Energy Agency, Wien, 1967), S. 269
- 74) M. Gell-Mann und M.L. Goldberger, Phys. Rev. 91 (1953) 398
- 75) M. Baranger, Nucl.Phys. A149 (1970) 225
- 76) G. Chew und F.E. Low, Phys. Rev. 101 (1956) 1570
- 77) J. Speth, Nucl. Phys. A135 (1969) 445
- 78) J. Speth, Z. Phys. 239 (1970) 249
- 79) E. Werner und K. Emrich, Z. Phys. 236 (1970) 464
- 80) M.L. Goldberger und K.M. Watson, "Collision Theory"
(Wiley, New York, 1964)
- 81) I.S. Shapiro, Nucl.Phys. 28 (1961) 244
- 82) G. Wegmann, Phys.Lett. 29B (1969) 218
- 83) L.S. Kisslinger und R.A. Sorensen, Rev.Mod.Phys. 35
(1963) 853
- 84) G.E. Brown, J.A. Evans und D.J. Thouless,
Nucl.Phys. 45 (1963) 164
- 85) M. Weigel, Nuovo Cim. 57B (1968) 527
- 86) A. de-Shalit, Phys.Rev. 122 (1961) 1530
- 87) P. Schuck, F. Villars und P. Ring, Nucl.Phys. A208
(1973) 302

- 88) J.D. Immele und G.L. Struble, Phys.Rev. C9 (1974) 460
- 89) A.K. Kerman und A. Klein, Phys.Rev. 132 (1963) 1326
A. Klein und A.K. Kerman, Phys.Rev. 138 (1965) B1323
- 90) G. Do Dang, G.J. Dreiss, R.M. Dreizler, A.Klein und
Chi-Shiang Wu, Nucl.Phys. A114 (1968) 481;
Nucl.Phys. A114 (1968) 501
- 91) D.R. Bès und R. Broglia, Phys.Rev. C3 (1971) 2349
- 92) A. Goswami, O. Nalcioğlu und A.I. Sherwood, Nucl.Phys. A153
(1970) 433;
Nucl.Phys. A153 (1970) 445
- 93) K. Arita und H. Horie, Nucl.Phys. A173 (1971) 97
- 94) L.D. Faddeev, Sov.Phys. JETP 12 (1961) 1014
- 95) J.M. Blatt und V.F. Weisskopf, "Theoretical Nuclear Physics"
(Wiley, 1952), Kap. VIII, 7
- 96) V.V. Balashov, P. Doleshal, G.Ya. Koreman, V.L. Korotkikh
und V.N. Fetisov, Sov.J.Nucl.Phys. 2 (1966) 461
- 97) S. Weinberg, Phys.Rev. 130 (1963) 776;
Phys.Rev. 131 (1964) 440
- 98) M. Weigel, Z.Naturf. 25a (1970) 1562
- 99) H.J. Unger, Nucl.Phys. A104 (1967) 564
- 100) L. Garside und W.M. MacDonald, Phys.Rev. B138 (1965) 582
L. Garside und M. Weigel, Phys.Rev. C2 (1970) 374
- 101) M. Weigel und G. Wegmann, Fortschr. d. Phys. 7 (1971) 451
- 102) D. Zawischa und E. Werner, Nucl.Phys. A125 (1969) 383
- 103) J.G. Valatin, Phys.Rev. 122 (1961) 1012
- 104) N.N. Bogoliubov, Sov.Phys. Uspekhi 2 (1959) 236
- 105) J.D. Immele, wird veröffentlicht
- 106) A.M. Lane und J.M. Soper, Nucl.Phys. 37 (1962) 663
- 107) C. Mahaux und H.A. Weidenmüller, Nucl.Phys. 89 (1966) 33
- 108) R. Lipperheide, Nucl.Phys. A105 (1967) 545
- 109) A.F.R. de Toledo Piza und A.K. Kerman, Ann.Phys. 43
(1967) 363;
Ann. Phys. 48 (1968) 173
- 110) A.M. Lane, Nucl.Phys. 35 (1962) 679
- 111) D. Gross, Nucl.Phys. A129 (1969) 45
- 112) S. Ethofer, Z.Phys. 225 (1969) 353

- 113) W.G. Love und G.R. Satchler, Nucl.Phys. A101 (1967) 424
W.G. Love, Nucl.Phys. A127 (1969) 129
- 114) H.V. v. Geramb, Nucl.Phys. A183 (1972) 582
- 115) M. Weigel, im Druck
- 116) S.O. Bäckman, Nucl.Phys. A120 (1968) 593
- 117) P.K. Haug, Z. Physik 238 (1970) 289
- 118) W. Brenig, "Advances in Theor.Physics", Bd.1,
Hrsg. K.A. Brueckner (Academic Press, New York,
1965) S. 59
- 119) D.H. Kobe, Ann.Phys. 19 (1962) 448
- 120) B.H. Brandow, Rev.Mod.Phys. 39 (1967) 771
G.E. Brown, Rev.Mod.Phys. 43 (1971) 1
- 121) K.A. Brueckner, in "The Many-Body Problem, Hrsg.
C. De Witt (Methuen, London, 1959), S. 47

Herrn Prof.Dr.G.Süßmann danke ich für die Ermöglichung und anregende Unterstützung dieser Arbeit. Herrn Prof.Dr.M.Weigel bin ich für die Anregung zu meinem Arbeitsgebiet und eine fortlaufende Betreuung, insbesondere, wie auch Herrn Dr.G.Wegmann, für viele interessante und klärende Diskussionen zu Dank verpflichtet. Mein Dank gilt auch Frl.S.Soboll für ihre Mithilfe bei der Anfertigung des Schreibmaschinen-Manuskriptes.

Lebenslauf

Ich wurde am 23.12.1942 als Sohn des Kaufmanns Wilhelm Winter und dessen Ehefrau Klothilde Winter, geb. Wahl, in Habelschwerdt/Schlesien geboren. Von 1949 bis 1954 besuchte ich die Volksschule in Werdohl/Westfalen, bis 1957 die dortige Realschule und anschließend bis 1962 das Neusprachliche Gymnasium in Altena/Westfalen, wo ich im März die Reifeprüfung bestand. Mit dem Sommersemester 1962 begann ich an der Technischen Hochschule Hannover das Studium der Physik und bestand im Oktober 1964 dort die Diplom-Vorprüfung. Anschließend studierte ich an der Universität Heidelberg, wo ich eine Diplomarbeit in experimenteller Kernphysik bei Herrn Prof. Dr. J. Heintze ausführte und die Diplom-Hauptprüfung im Dezember 1967 ablegte. Im Mai 1968 bewarb ich mich um eine Dissertation bei Herrn Prof. Dr. G. Süßmann in München, an dessen Lehrstuhl ich seither, zuletzt als Angestellter im wissenschaftlichen Dienst, tätig gewesen bin.

